

DISEÑO DE EXPERIMENTOS CON VARIOS FACTORES.

Experimento factorial.

Por experimento factorial se entiende que en cada ensayo completo o réplica del experimento se investigan todas las combinaciones posibles de los niveles de los factores.

Experimento factorial con dos factores.

Hay a niveles del factor A y b niveles del factor B. El experimento tiene n réplicas y cada réplica contiene todas las combinaciones de tratamientos $a b$.

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

El interés se encuentra en probar las hipótesis de que no hay efecto principal para el factor A, que no hay efecto principal para B y que no hay efecto de interacción AB.

1.- Planteamiento de las hipótesis.

Hipótesis nula.	Hipótesis alternativa.
$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0$	$H_1: \text{Al menos una } \tau_i \neq 0$ Ningún efecto principal del factor A.
$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0$	$H_1: \text{Al menos una } \beta_j \neq 0$ Ningún efecto principal del factor B.
$H_0: (\tau\beta)_{11} = (\tau\beta)_{12} = \dots = (\tau\beta)_{ab} = 0$	$H_1: \text{Al menos una } (\tau\beta)_{ij} \neq 0$ Ninguna interacción.

2.- Nivel de significancia.

El nivel de significancia para la prueba es α (Una cola).

3.- Regla de decisión.

Efecto A:	Aceptar H_0 si $F_A < F_{\alpha, a-1, ab(n-1)}$	Rechazar H_0 si $F_A > F_{\alpha, a-1, ab(n-1)}$
Efecto B:	Aceptar H_0 si $F_B < F_{\alpha, b-1, ab(n-1)}$	Rechazar H_0 si $F_B > F_{\alpha, b-1, ab(n-1)}$
Interacción AB:	Aceptar H_0 si $F_{AB} < F_{\alpha, (a-1)(b-1), ab(n-1)}$	Rechazar H_0 si $F_{AB} > F_{\alpha, (a-1)(b-1), ab(n-1)}$

4.- Estadístico de prueba.

$$F_A = \frac{CM_A}{CM_E} \quad F_B = \frac{CM_B}{CM_E} \quad F_{AB} = \frac{CM_{AB}}{CM_E}$$

5.- Disposición de los datos en un diseño factorial de dos factores.

	Factor B					Totales	Promedios
	1	1	2	...	b		
Factor A	1	$y_{111}, y_{112}, \dots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \dots, y_{12n}$...	$y_{1b1}, y_{1b2}, \dots, y_{1bn}$	$y_{1..}$	$\bar{y}_{1..}$
	2	$y_{211}, y_{212}, \dots, y_{21n}$	$y_{221}, y_{222}, \dots, y_{22n}$...	$y_{2b1}, y_{2b2}, \dots, y_{2bn}$	$y_{2..}$	$\bar{y}_{2..}$
	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
	a	$y_{a11}, y_{a12}, \dots, y_{a1n}$	$y_{a21}, y_{a22}, \dots, y_{a2n}$...	$y_{ab1}, y_{ab2}, \dots, y_{abn}$	$y_{a..}$	$\bar{y}_{a..}$
Totales	$y_{.1.}$	$y_{.2.}$...	$y_{.b.}$	$y_{...}$		
Promedios	$\bar{y}_{.1.}$	$\bar{y}_{.2.}$...	$\bar{y}_{.b.}$			$\bar{y}_{...}$

$y_{i..} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}$ Total de las observaciones en el nivel i -ésimo del factor A. Suma de filas.

$y_{.j.} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n y_{ijk}$ Total de las observaciones en el nivel j -ésimo del factor B. Suma de columnas.

$y_{ij.} = \sum_{k=1}^n y_{ijk}$ Total de las observaciones en la celda ij -ésima.

$y_{...} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}$ Gran total de todas las observaciones.

6.- Suma de cuadrados.

Factor A.	Factor B.
$SC_A = \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^a y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$SC_B = \frac{1}{an} \sum_{j=1}^b y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$
Interacción AB.	Total.
$SC_{AB} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} - SC_A - SC_B$	$SC_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$

Error
 $SC_E = SC_T - SC_A - SC_B - SC_{AB}$

7.- Grados de libertad.

Factor A: $a - 1$	Factor B: $b - 1$	Interacción: $(a - 1)(b - 1)$
Error: $ab(n - 1)$	Total: $abn - 1$	

8.- Cuadrado medio.

Factor A.	Factor B.
$CM_A = \frac{SC_A}{a - 1}$	$CM_B = \frac{SC_B}{b - 1}$
Interacción.	Error.
$CM_{AB} = \frac{SC_{AB}}{(a - 1)(b - 1)}$	$CM_E = \frac{SC_E}{ab(n - 1)}$

9.- Tabla ANOVA.

Fuente de Variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F
Factor A	SC_A	$a - 1$	CM_A	CM_A/CM_E
Factor B	SC_B	$b - 1$	CM_B	CM_B/CM_E
Interacción	SC_{AB}	$(a - 1)(b - 1)$	CM_{AB}	CM_{AB}/CM_E
Error	SC_E	$ab(n - 1)$	CM_E	
Total	SC_T	$abn - 1$		

Autor: **MSc. Ing. Willians Medina.**
 Teléfono / WhatsApp: **+58-424-9744352**
 e-mail: **medinawj@gmail.com**
 Twitter: **@medinawj**



El presente formulario está disponible en formato digital en la siguiente dirección:
<https://www.tutoruniversitario.com/>
 Puerto La Cruz, abril de 2025.