

ANÁLISIS DE VARIANZA. BLOQUES ALEATORIZADOS Y DISEÑO DE CUADRADOS LATINOS.

I. BLOQUES ALEATORIZADOS.

Número de tratamientos: t .

Número de bloques: b .

El interés se encuentra en probar la igualdad de las medias de los a tratamientos y / o la igualdad de las medias de los bloques. Las hipótesis apropiadas son:

1.- Planteamiento de las hipótesis.

Tratamientos.

Hipótesis nula.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_t$$

Hipótesis alternativa.

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \text{ para al menos un par } (i, j).$$

Bloques.

Hipótesis nula.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_b$$

Hipótesis alternativa.

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \text{ para al menos un par } (i, j).$$

2.- Nivel de significancia.

El nivel de significancia para la prueba es α (Una cola).

3.- Regla de decisión.

Tratamientos: Aceptar H_0 si $F < F_{\alpha, t-1, (t-1)(b-1)}$ Rechazar H_0 si $F > F_{\alpha, t-1, (t-1)(b-1)}$

Bloques: Aceptar H_0 si $F < F_{\alpha, b-1, (t-1)(b-1)}$ Rechazar H_0 si $F > F_{\alpha, b-1, (t-1)(b-1)}$

4.- Estadístico de prueba.

Tratamientos.

$$F = \frac{CM_{Tratamientos}}{CM_E}$$

Bloques.

$$F = \frac{CM_{Bloques}}{CM_E}$$

5.- Datos típicos de un experimento de bloques aleatorizados.

Tratamiento (nivel)	Bloque 1	Bloque 2	...	Bloque b	Totales	Promedios
1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1b}	$y_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$
2	y_{21}	y_{22}	...	y_{2b}	$y_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
a	y_{a1}	y_{a2}	...	y_{ab}	$y_{n.}$	$\bar{y}_{n.}$
					$y_{..}$	$\bar{y}_{..}$

$y_{i.} = \sum_{j=1}^n y_{ij}$ Total de las observaciones bajo el tratamiento i -ésimo.

$y_{i.} = \frac{y_{i.}}{n}$ Promedio de las observaciones bajo el tratamiento i -ésimo.

$y_{..} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}$ Gran total de todas las observaciones.

$y_{..} = \frac{y_{..}}{N}$ Gran promedio de todas las observaciones.

6.- Suma de cuadrados.

Tratamientos

$$SC_{Tratamientos} = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^t y_{i.}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

Total.

$$SC_T = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

Bloques

$$SC_{Bloques} = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^b y_{.j}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

Error.

$$SC_E = SC_T - SC_{Tratamientos}$$

7.- Grados de libertad.

Tratamientos: $t - 1$

Bloques: $b - 1$

Error: $(t - 1)(b - 1)$

Total: $tb - 1$

8.- Cuadrado medio.

$$\text{Tratamientos: } CM_{Tratamientos} = \frac{SC_{Tratamientos}}{t - 1}$$

$$\text{Bloques: } CM_{Bloques} = \frac{SC_{Bloques}}{b - 1}$$

$$\text{Error: } CM_E = \frac{SC_E}{(t - 1)(b - 1)}$$

9.- Tabla ANOVA.

Fuente de Variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F
Tratamientos	$SC_{Tratamientos}$	$t - 1$	$CM_{Tratamientos}$	$CM_{Tratamientos}/CM_E$
Bloques	$SC_{Bloques}$	$b - 1$	$CM_{Bloques}$	$CM_{Bloques}/CM_E$
Error	SC_E	$(t - 1)(b - 1)$	CM_E	
Total	SC_T	$tb - 1$		

II.- DISEÑO DE CUADRADO LATINO.

El diseño de cuadrado latino se usa para eliminar dos fuentes de variabilidad perturbadora; es decir, permite hacer la formación de bloques sistemática en dos direcciones. Por lo tanto, las filas y las columnas representan en realidad dos restricciones sobre la aleatorización. En general, un cuadrado latino para p factores, o cuadrado latino $p \times p$, es un cuadrado con p filas y p columnas. Cada una de las p celdas resultantes contiene una de las p letras que corresponde a los **tratamientos**, y cada letra ocurre una y sólo una vez en cada fila y columna.

El modelo estadístico de un cuadrado latino es $y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \tau_j + \beta_k + \varepsilon_{ijk}$ $\begin{cases} i = 1, 2, \dots, p \\ j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, p \end{cases}$

Los cuadrados latinos pueden ser útiles en situaciones en las que los renglones y las columnas representan los factores que el experimentador en realidad quiere estudiar y en las que no hay restricciones sobre la aleatorización. Por lo tanto, los tres factores (renglones, columnas y letras), cada uno con p niveles pueden investigarse en sólo p^2 corridas. En este diseño se supone que no existe interacción entre los factores.

1.- Planteamiento de las hipótesis.

Tratamiento Hipótesis nula.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_j$$

Hipótesis alternativa.

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \text{ para al menos un par } (i, j).$$

Fila

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_i$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \text{ para al menos un par } (i, j).$$

Columna

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \text{ para al menos un par } (i, j).$$

2.- Nivel de significancia.

El nivel de significancia para la prueba es α (Una cola).

3.- Regla de decisión.

Tratamiento: Aceptar H_0 si $F_{Trat} < F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$ Rechazar H_0 si $F_{Trat} > F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$

Fila: Aceptar H_0 si $F_{Fila} < F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$ Rechazar H_0 si $F_{Fila} > F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$

Columna: Aceptar H_0 si $F_{Columna} < F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$ Rechazar H_0 si $F_{Columna} > F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$

4.- Estadístico de prueba.

$$F_{Trat} = \frac{CM_{Tratamiento}}{CM_E}$$

$$F_{Fila} = \frac{CM_{Fila}}{CM_E}$$

$$F_{Columna} = \frac{CM_{Columna}}{CM_E}$$

5.- Disposición de los datos en un diseño de cuadrado latino.

	Factor B					Totales	Promedios
	1	1	2	...	p		
Factor A	1	A y ₁₁	B y ₁₂	...	E y _{1p}	y _{1..}	y _{1..}
	2	B y ₂₁	C y ₂₂	...	A y _{2p}	y _{2..}	y _{2..}
	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
	p	E y _{p1}	A y _{p2}	...	D y _{pp}	y _{p..}	y _{p..}
Totales		y _{.1.}	y _{.2.}	...	y _{.p.}	y _{...}	
Promedios		y _{.1.}	y _{.2.}		y _{.p.}		y _{...}

$y_{.j.} = \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^p y_{ijk}$ Total de las observaciones de los tratamientos j (Letras latinas).

$y_{i..} = \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p y_{ijk}$ Total de las observaciones en la fila i.

$y_{..k} = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^p y_{ijk}$ Total de las observaciones en la columna k.

$y_{...} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p y_{ijk}$ Gran total de todas las observaciones.

6.-Suma de cuadrados.

Total. $SC_T = \sum_{j=1}^p y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{p^2}$ Tratamientos. $SC_{Trat} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{p^2}$ (Letras)

Filas. $SC_{Filas} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{p^2}$ Columnas. $SC_{Columnas} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p y_{..k}^2 - \frac{y_{...}^2}{p^2}$

Error. $SC_E = SC_T - SC_{Trat} - SC_{Filas} - SC_{Columnas}$

7.- Grados de libertad.

Tratamientos: p-1 Filas: p-1 Columnas: p-1
Error: (p-2)(p-1) Total: p²-1

8.- Cuadrado medio.

Tratamientos: $CM_{Trat} = \frac{SC_{Trat}}{p-1}$ Filas: $CM_{Filas} = \frac{SC_{Filas}}{p-1}$
Columnas: $CM_{Columnas} = \frac{SC_{Columnas}}{p-1}$ Error: $CM_E = \frac{SC_E}{(p-2)(p-1)}$

9.- Tabla ANOVA.

Fuente de Variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F
Tratamiento	SC _{Trat}	p-1	CM _{Trat}	CM _{Trat} /CM _E
Fila	SC _{Fila}	p-1	CM _{Fila}	CM _{Fila} /CM _E
Columna	SC _{Columna}	p-1	CM _{Columna}	CM _{Columna} /CM _E
Error	SC _E	(p-2)(p-1)	CM _E	
Total	SC _T	p²-1		

10.- Cuadrado latino en el que falta un dato.

Ocasionalmente, falta una observación en un cuadrado latino. Para un cuadrado latino p x p, el valor faltante puede estimarse con:

$y_{ijk} = \frac{p(y'_{i..} + y'_{.j.} + y'_{..k}) - 2y'_{...}}{(p-2)(p-1)}$

donde las primas indican los totales de la fila, la columna y el tratamiento con el valor faltante, y y'... es el gran total con el valor faltante.

Autor: **MSc. Ing. Willians Medina.**
Teléfono / WhatsApp: **+58-424-9744352**
e-mail: **medinawj@gmail.com**
Twitter: **@medinawj**

Willians Medina

El presente formulario está disponible en formato digital en la siguiente dirección:
<https://www.tutoruniversitario.com/>
Puerto La Cruz, abril de 2025.