PRUEBAS DE HIPÓTESIS.

Hipótesis. Afirmación acerca de un parámetro de la población que se desarrolla para propósitos de prueba. Rechazar una hipótesis significa concluir que es falsa, mientras que aceptar una hipótesis solamente implica que no se tiene suficiente información como para creer otra cosa.

Prueba de hipótesis. Procedimiento basado en las evidencias de la muestra la teoría de la probabilidad para determinar si la hipótesis es una afirmación razonable.

Hipótesis nula. Afirmación acerca del valor de un parámetro de la población.

Hipótesis alternativa. Afirmación que se acepta si los datos de la muestra proporcionan suficiente evidencia de que la hipótesis nula es falsa.

Nivel de significancia. La probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera. La probabilidad de cometer un error tipo I es igual al nivel de significancia, o valor α en el que se prueba la hipótesis.

Error tipo I (α). Rechazar la hipótesis nula, H_0, cuando es verdadera. P (Error tipo I) = α.

Error tipo II (β). Aceptar la hipótesis nula cuando es falsa. P (Error tipo II) = β.

Pasos involucrados en una prueba.

1.- Establecer la hipótesis nula (H_0) y la hipótesis alternativa (H_1).
2.- Seleccionar un nivel de significancia.
3.- Seleccionar el estadístico de prueba.
4.- Formular la regla de decisión.
5.- Calcular el estadístico de prueba.
6.- Tomar una decisión.
7.- Establecer una conclusión.

Valor *P* en la prueba de hipótesis. El valor P es el nivel de significación más bajo que llevaría al rechazo de la hipótesis nula H_0 con los datos dados.

Interpretación del peso de la evidencia contra H_0.

Si el valor P es menor que:

a) 0.10, tenemos *cierta evidencia* de que H_0 no es verdadera.
b) 0.05, tenemos una *fuerte* evidencia de que H_0 no es verdadera.
c) 0.01, tenemos una evidencia *muy fuerte* de que H_0 no es verdadera.
d) 0.001, tenemos una evidencia *en extremo fuerte* de que H_0 no es verdadera.

Regla de decisión usando el valor *P*.

Si $P < \alpha$, se rechaza H_0. Si $P > \alpha$, no se rechaza H_0.

1.- PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA MEDIA DE UNA POBLACIÓN.

Desviación estándar de la población conocida.

Hipótesis nula (H_0)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$		$z_{calc} < -z_\alpha$	$P\ (z \geq z_{calc})$
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$z_{calc} = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$z_{calc} < -z_{\alpha/2}$ ó $z_{calc} > z_{\alpha/2}$	$2\ P\ (z \geq z_{calc})$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$		$z_{calc} > z_\alpha$	$P\ (z \geq z_{calc})$

Error tipo II usando la media de una población.

Test bilateral:

$$P\,(\text{Error tipo II}) = P\left(-z_{\alpha/2} - \frac{\mu_{\text{Real}}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < z < z_{\alpha/2} - \frac{\mu_{\text{Real}}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

Test Unilateral derecho.

$$P\,(\beta) = P\left(z > z_\alpha - \frac{\mu_{\text{Real}}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

Test Unilateral izquierdo.

$$P\,(\beta) = P\left(z < -z_\alpha + \frac{\mu_{\text{Real}}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

Tamaño de la muestra para un β dado usando la media de una población.

1 Cola: $$n = \frac{(z_\alpha + z_\beta)\,\sigma^2}{(\mu_{\text{Real}}-\mu_0)^2}$$

2 Colas: $$n = \frac{(z_{\alpha/2} + z_\beta)\,\sigma^2}{(\mu_{\text{Real}}-\mu_0)^2}$$

Desviación estándar de la población desconocida y muestra grande.

Hipótesis nula (H_0)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$		$z_{calc} < -z_\alpha$	$P\ (z \geq z_{calc})$
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$z_{calc} = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$	$z_{calc} < -z_{\alpha/2}$ ó $z_{calc} > z_{\alpha/2}$	$2\ P\ (z \geq z_{calc})$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$		$z_{calc} > z_\alpha$	$P\ (z \geq z_{calc})$

Desviación estándar de la población desconocida y muestra pequeña.

Hipótesis nula (H_0)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$		$t_{calc} < -t_{\alpha,n-1}$	$P\ (t \geq t_{calc})$
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$t_{calc} = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$	$t_{calc} < -t_{\alpha/2,n-1}$ ó $t_{calc} > t_{\alpha/2,n-1}$	$2\ P\ (t \geq t_{calc})$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$		$t_{calc} > t_{\alpha,n-1}$	$P\ (t \geq t_{calc})$

2.- PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA MUESTRAS DEPENDIENTES O MUESTRAS POR PARES.

Hipótesis nula (H_0)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\mu_1-\mu_2 \geq d_0$	$\mu_1-\mu_2 < d_0$		$t_{calc} < -t_{\alpha,n-1}$	$P\ (t \geq t_{calc})$
$\mu_1-\mu_2 = d_0$	$\mu_1-\mu_2 \neq d_0$	$t = \dfrac{\bar{d}-d_0}{s_d/\sqrt{n}}$	$t_{calc} < -t_{\alpha/2,n-1}$ ó $t_{calc} > t_{\alpha/2,n-1}$	$2\ P\ (t \geq t_{calc})$
$\mu_1-\mu_2 \leq d_0$	$\mu_1-\mu_2 > d_0$		$t_{calc} > t_{\alpha,n-1}$	$P\ (t \geq t_{calc})$

3.- PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA PROPORCIÓN DE UNA POBLACIÓN.

Proporción: $p = X/n$

Hipótesis nula (H_0)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\pi \geq \pi_0$	$\pi < \pi_0$		$z_{calc} < -z_\alpha$	$P\ (z \geq z_{calc})$
$\pi = \pi_0$	$\pi \neq \pi_0$	$z_{calc} = \dfrac{p-\pi_0}{\sqrt{\dfrac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}}$	$z_{calc} < -z_{\alpha/2}$ ó $z_{calc} > z_{\alpha/2}$	$2\ P\ (z \geq z_{calc})$
$\pi \leq \pi_0$	$\pi > \pi_0$		$z_{calc} > z_\alpha$	$P\ (z \geq z_{calc})$

Error tipo II usando la proporción de una población.

Test bilateral:

$$P\,(\beta) = P\left(\frac{\pi_0 - \pi - z_{\alpha/2}\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}}{\sqrt{\pi(1-\pi)/n}} < z < \frac{\pi_0 - \pi + z_{\alpha/2}\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}}{\sqrt{\pi(1-\pi)/n}}\right)$$

Test Unilateral derecho.

$$P\,(\beta) = P\left(z < \frac{\pi_0 - \pi + z_\alpha\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}}{\sqrt{\pi\,(1-\pi)/n}}\right)$$

Test Unilateral izquierdo.

$$P\,(\beta) = 1 - P\left(z < \frac{\pi_0 - \pi - z_\alpha\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}}{\sqrt{\pi\,(1-\pi)/n}}\right)$$

Tamaño de la muestra para un β dado usando la proporción de una población.

1 Cola: $$n = \left[\frac{(z_\alpha\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)} + z_\beta\sqrt{\pi(1-\pi)})}{\pi-\pi_0}\right]^2$$

2 Colas: $$n = \left[\frac{(z_{\alpha/2}\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)} + z_\beta\sqrt{\pi(1-\pi)})}{\pi-\pi_0}\right]^2$$

4.- PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LAS MUESTRAS DE DOS POBLACIONES INDEPENDIENTES.

σ_1^2 y σ_2^2 conocidas.

Hipótesis nula (H_0)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\mu_1-\mu_2 \geq \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 < \mu_0$		$z_{calc} < -z_\alpha$	$P\ (z \geq z_{calc})$
$\mu_1-\mu_2 = \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 \neq \mu_0$	$z = \dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$z_{calc} < -z_{\alpha/2}$ ó $z_{calc} > z_{\alpha/2}$	$2\ P\ (z \geq z_{calc})$
$\mu_1-\mu_2 \leq \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 > \mu_0$		$z_{calc} > z_\alpha$	$P\ (z \geq z_{calc})$

σ_1^2 y σ_2^2 desconocidas y muestras grandes.

Hipótesis nula (H_0)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\mu_1-\mu_2 \geq \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 < \mu_0$		$z_{calc} < -z_\alpha$	$P\ (z \geq z_{calc})$
$\mu_1-\mu_2 = \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 \neq \mu_0$	$z = \dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1}+\dfrac{s_2^2}{n_2}}}$	$z_{calc} < -z_{\alpha/2}$ ó $z_{calc} > z_{\alpha/2}$	$2\ P\ (z \geq z_{calc})$
$\mu_1-\mu_2 \leq \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 > \mu_0$		$z_{calc} > z_\alpha$	$P\ (z \geq z_{calc})$

σ_1^2 y σ_2^2 desconocidas e iguales y muestras pequeñas.

Hipótesis nula (H_o)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\mu_1-\mu_2 \geq \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 < \mu_0$	$t=\dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{s_p^2\left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}}$	$t_{calc} < -t_{\alpha,n1+n2-2}$	$P\ (t \geq t_{calc})$
$\mu_1-\mu_2 = \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 \neq \mu_0$		$t_{calc} < -t_{\alpha/2,n1+n2-2}$ ó $t_{calc} > t_{\alpha/2,n1+n2-2}$	$2\ P\ (t \geq t_{calc})$
$\mu_1-\mu_2 \leq \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 > \mu_0$		$t_{calc} > t_{\alpha,n1+n2-2}$	$P\ (t \geq t_{calc})$

Varianza combinada: $s_p^2=\dfrac{(n_1-1)(s_1^2)+(n_2-1)(s_2^2)}{n_1+n_2-2}$

σ_1^2 y σ_2^2 desconocidas y diferentes y muestras pequeñas.

Hipótesis nula (H_o)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\mu_1-\mu_2 \geq \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 < \mu_0$	$t=\dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1}+\dfrac{s_2^2}{n_2}}}$	$t_{calc} < -t_{\alpha,g.l}$	$P\ (t \geq t_{calc})$
$\mu_1-\mu_2 = \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 \neq \mu_0$		$t_{calc} < -t_{\alpha/2,g.l}$ ó $t_{calc} > t_{\alpha/2,g.l}$	$2\ P\ (t \geq t_{calc})$
$\mu_1-\mu_2 \leq \mu_0$	$\mu_1-\mu_2 > \mu_0$		$t_{calc} > t_{\alpha,g.l}$	$P\ (t \geq t_{calc})$

Grados de libertad cuando $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$: $g.l=\dfrac{(s_1^2/n_1+s_2^2/n_2)^2}{(s_1^2/n_1)^2/(n_1-1)+(s_2^2/n_2)^2/(n_2-1)}$ (redondear a un entero por defecto)

5.- PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA DIFERENCIA ENTRE LAS PROPORCIONES MUESTRALES DE DOS POBLACIONES INDEPENDIENTES.

Hipótesis nula (H_o)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\pi_1-\pi_2 \geq \pi_0$	$\pi_1-\pi_2 < \pi_0$	$z=\dfrac{(p_1-p_2)-(\pi_1-\pi_2)}{\sqrt{p_c\ (1-p_c)\left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}}$	$z_{calc} < -z_{\alpha}$	$P\ (z \geq z_{calc})$
$\pi_1-\pi_2 = \pi_0$	$\pi_1-\pi_2 \neq \pi_0$		$z_{calc} < -z_{\alpha/2}$ ó $z_{calc} > z_{\alpha/2}$	$2\ P\ (z \geq z_{calc})$
$\pi_1-\pi_2 \leq \pi_0$	$\pi_1-\pi_2 > \pi_0$		$z_{calc} > z_{\alpha}$	$P\ (z \geq z_{calc})$

Proporción combinada: $p_c = (X_1 + X_2)/(n_1 + n_2)$

6.- PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA VARIANZA DE UNA POBLACIÓN.

Hipótesis nula (H_o)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\sigma^2 \geq \sigma_0^2$	$\sigma^2 < \sigma_0^2$	$\chi^2_{calc}=\dfrac{(n-1)\,s^2}{\sigma_0^2}$	$\chi^2_{calc} < \chi^2_{1-\alpha,\,n-1}$	$P\ (\chi^2 \leq \chi^2_{calc})$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$		$\chi^2_{calc} < \chi^2_{1-\alpha/2,\,n-1}$ ó $\chi^2_{calc} > \chi^2_{\alpha/2,\,n-1}$	$2\,P\ (\chi^2 \geq \chi^2_{calc})$
$\sigma^2 \leq \sigma_0^2$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$		$\chi^2_{calc} > \chi^2_{\alpha,\,n-1}$	$P\ (\chi^2 \geq \chi^2_{calc})$

7.- PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA COMPARACIÓN DE LA VARIANZA DE DOS POBLACIÓNES NORMALES.

Hipótesis nula (H_o)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$F_{calc}=\dfrac{s_1^2}{s_2^2}$	$F_{calc} > F_{\alpha;\,n_1-1,n_2-1}$	$P\ (F \geq F_{calc})$
$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$		$F_{calc} > F_{\alpha/2;\,n_1-1,n_2-1}$	$2\ P\ (F \geq F_{calc})$

8.- PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE.

Condiciones:

Por lo general, dos reglas aceptadas respecto a pequeñas frecuencias de celda son:

1.- Si sólo existen dos celdas, la frecuencia esperada en cada celda debe ser de 5 o más.

2.- Si se espera que más del 20% de las celdas f_e tengan frecuencias esperadas menores a 5, no se debe usar ji cuadrada para más de dos celdas.

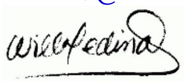
Frecuencias igualmente esperadas.

Hipótesis nula (H_o)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\{f_i\}$ Uniforme	$\{f_i\}$ No uniforme	$\chi^2_{calc}=\sum_{i=1}^{k}\dfrac{(f_o-f_e)^2}{f_e}$	$\chi^2_{calc} > \chi^2_{\alpha,\,k-1}$.	$P\ (\chi^2_{calc} > \chi^2_{\alpha,\,n-1})$

Frecuencias esperadas desiguales.

Hipótesis nula (H_o)	Hipótesis alternativa (H_1)	Valor estadístico de prueba.	Regla de decisión. Rechazo H_0 si:	Valor p
$\{f_i\}$ Se ajusta a una distribución dada	$\{f_i\}$ No se ajusta a una distribución dada	$\chi^2_{calc}=\sum_{i=1}^{k}\dfrac{(f_o-f_e)^2}{f_e}$	$\chi^2_{calc} > \chi^2_{\alpha,\,k-1}$.	$P\ (\chi^2_{calc} > \chi^2_{\alpha,\,n-1})$

Autor: **MSc. Ing. Willians Medina**.
Teléfono / WhatsApp: **+58-424-9744352**
e-mail: **medinawj@gmail.com**
Twitter: **@medinawj**



El presente formulario está disponible en formato digital en la siguiente dirección: **https://www.tutoruniversitario.com/**

Puerto La Cruz, abril de 2025.