CINEMÁTICA

1.- Movimiento Unidimensional.

1.1.- Movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

$x = x_0 + v\,t$

1.2.- Movimiento uniformemente acelerado (MUA).

$a = \frac{d\,v}{d\,t}$ $\qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a\,t^2$ $\qquad a = \frac{v_f - v_0}{t}$

$v_f = v_0 + a\,t$ $\qquad v_f^2 = v_0^2 + 2\,a\,(x - x_0)$ $\qquad x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v_f)t$

1.3.- Movimiento de caída libre.

$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g\,t^2$ $\qquad v_f = v_0 - g\,t$ $\ (v_f > 0{:}\uparrow,\ v_f < 0{:}\downarrow)$ $\qquad v_f^2 = v_0^2 - 2\,g\,(y - y_0)$

Sistema internacional de unidades: $y = [\mathrm{m}],\ y_0 = [\mathrm{m}],\ t = [\mathrm{s}]\ ,\ v_0 = [\mathrm{m/s}]$

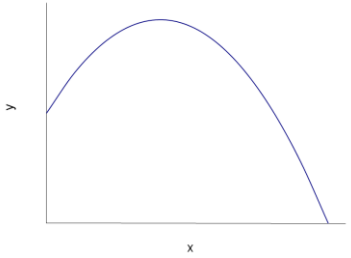
$y = y_0 + v_0 t - 4.905\,t^2$ $\qquad v_f = v_0 - 9.81\,t$ $\qquad v_f^2 = v_0^2 - 19.62\,(y - y_0)$

Sistema inglés de unidades: $y = [\mathrm{ft}],\ y_0 = [\mathrm{ft}],\ t = [\mathrm{s}]\ ,\ v_0 = [\mathrm{ft/s}]$

$y = y_0 + v_0 t - 16.087\,t^2$ $\qquad v_f = v_0 - 32.174\,t$ $\qquad v_f^2 = v_0^2 - 64.348\,(y - y_0)$

2.- Movimiento bidimensional (Movimiento de Proyectiles).

2.1.- Primer caso. $y_0 \neq 0,\ \theta \neq 0$.



Desplazamiento horizontal. $\qquad$ **Posición vertical.**

$x = v_{0x} t$ $\qquad x = v_0 \cos\theta\, t$ $\qquad y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g\,t^2$ $\qquad y = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\theta\, t - \frac{1}{2} g\,t^2$

Ecuación de la trayectoria.

$$y = y_0 + (\tan\theta)\,x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\theta} x^2$$

Tiempo de vuelo.

Resolver la ecuación de segundo grado: $0 = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\theta\, t - \frac{1}{2} g\,t^2$

La solución de la ecuación de segundo grado es: $t = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}\right)^2 + \frac{2 y_0}{g}}$

Alcance horizontal.

$x = v_0 \cos\theta\, t$, t es el valor del tiempo obtenido en la ecuación anterior.

Altura máxima.

$$y_{\max} = y_0 + \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}{2\,g}$$

Velocidad final.

$V = v_x\,i + v_y\,j$

$v_x = v_0 \cos\theta$

$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta - g\,t$

$V = v_0 \cos\theta\,i + (v_0 \operatorname{sen}\theta - g\,t)\,j$

Rapidez final.

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ $\qquad v = \sqrt{(v_0 \cos\theta)^2 + (v_0 \operatorname{sen}\theta - g\,t)^2}$

Dirección de la velocidad final.

Para determinar la dirección de la velocidad final, esto es, el ángulo con respecto al eje x, , determínese

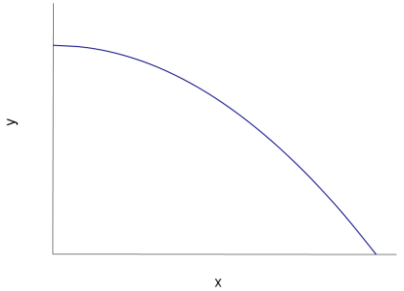
$\alpha = \arctan\left|\frac{v_y}{v_x}\right|$ $\qquad \alpha = \arctan\left|\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta - g\,t}{v_0 \cos\theta}\right|$

y hágase el ajuste siguiente:

$v_y > 0$: La velocidad forma un ángulo α por encima del semieje positivo de las x.

$v_y < 0$: La velocidad forma un ángulo α por debajo del semieje positivo de las x.

2.2.- Segundo caso. Movimiento horizontal ($y_0 \neq 0,\ \theta = 0$).



Desplazamiento horizontal. $\qquad$ **Posición vertical.**

$x = v_0 t$ $\qquad y = y_0 - \frac{1}{2} g\,t^2$

Ecuación de la trayectoria.

$$y = y_0 - \frac{g}{2 v_0^2} x^2$$

Tiempo de vuelo.

$$t = \sqrt{\frac{2 y_0}{g}}$$

Alcance horizontal máximo.

$$x = v_0 \sqrt{\frac{2 y_0}{g}}$$

Velocidad final.

$V = v_0\,i + v_y\,j$

$v_y = -g\,t$

$V = v_0\,i - g\,t\,j$

Rapidez final.

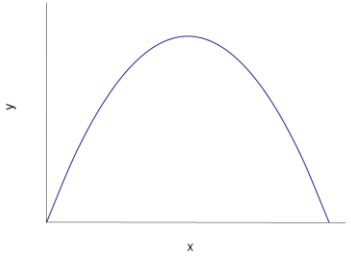
$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2}$ $\qquad v = \sqrt{v_0^2 + (-g\,t)^2}$

Dirección de la velocidad final.

$\alpha = \arctan\left|\frac{v_y}{v_x}\right|$ $\qquad \alpha = \arctan\left(\frac{g\,t}{v_0}\right)$

Ver nota con respecto a la dirección de la velocidad final del caso 2.1.

2.2.- Tercer caso. $y_0 = 0$, $\theta \neq 0$.



Desplazamiento horizontal.

$$x = v_{0x} t \qquad x = v_0 \cos\theta\, t$$

Posición vertical.

$$y = v_{0y} t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad y = v_0 \operatorname{sen}\theta\, t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

Ecuación de la trayectoria.

$$y = (\tan\theta)\, x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\theta} x^2$$

Tiempo máximo.

$$t = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Tiempo de vuelo.

$$t = \frac{2 v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Alcance horizontal máximo.

$$x = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$$

Altura máxima.

$$y_{max} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}{2g}$$

Velocidad final.

$$V = v_x\, i + v_y\, j$$

$$v_x = v_0 \cos\theta$$

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta - g t$$

$$V = v_0 \cos\theta\, i + (v_0 \operatorname{sen}\theta - g t)\, j$$

Rapidez final.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \qquad v = \sqrt{(v_0 \cos\theta)^2 + (v_0 \operatorname{sen}\theta - g t)^2}$$

Dirección de la velocidad final.

$$\alpha = \arctan\left|\frac{v_y}{v_x}\right| \qquad \alpha = \arctan\left|\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta - g t}{v_0 \cos\theta}\right|$$

Ver nota con respecto a la dirección de la velocidad final del caso 2.1.

3.- Movimiento circular uniforme.

Periodo.

Es el tiempo que emplea el móvil en dar una vuelta completa.

$$T = \frac{t}{n}$$

Frecuencia.

Es el número de vueltas que da el móvil en cada unidad de tiempo.

$$f = \frac{n}{t}$$

Relación entre el periodo y la frecuencia.

$$T = \frac{1}{f} \qquad f = \frac{1}{T}$$

Velocidad circunferencial, tangencial o lineal.

Es la longitud de arco que recorre el móvil en cada unidad de tiempo.

$$v = \frac{2\pi r n}{t} \qquad v = 2\pi r f \qquad v = \frac{2\pi r}{T}$$

Velocidad angular.

En un movimiento circular uniforme se llama velocidad angular al ángulo que describe el radio vector en cada unidad de tiempo.

$$\omega = \frac{\theta}{t} \qquad \omega = \frac{2\pi n}{t} \qquad \omega = 2\pi f \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Relación entre las velocidades angular y circunferencial.

$$v = w r$$

Aceleración centrípeta.

Es la variación de la velocidad circunferencial en cada unidad de tiempo.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad a_c = \omega^2 r$$

La aceleración centrípeta en cualquier punto de la trayectoria, tiene la dirección del radio que pasa por dicho punto y sentido hacia el centro de la circunferencia.

4.- Cinemática rotacional (Objeto rígido bajo aceleración angular constante).

Rapidez angular instantánea.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Aceleración angular instantánea.

$$a = \frac{d\omega}{dt} \qquad \theta_f = \theta_0 + \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \qquad \alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t \qquad \omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_0) \qquad \theta_f = \theta_0 + \tfrac{1}{2}(\omega_0 + \omega_f) t$$

Aceleración tangencial.

$$a_t = r\alpha$$

Aceleración centrípeta.

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Aceleración total.

$$a = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4}$$

5.- Movimiento armónico simple (MAS).

Posición.

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

Velocidad.

$$v(t) = -A\omega \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$

Aceleración.

$$a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi)$$

	Péndulo	Resorte
Frecuencia angular.	$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Periodo.	$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Autor: **MSc. Ing. Willians Medina**.
Teléfono / Whatsapp: **+58-424-9744352**
e-mail: **medinawj@gmail.com**
Twitter: **@medinawj**

El presente formulario está disponible en formato digital en la siguiente dirección:
https://www.tutoruniversitario.com/ Maturín, diciembre de 2024.