MATEMÁTICAS BÁSICAS.

1.- Factores y ceros de polinomios. Consideremos el polinomio

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$. Si $P(b) = 0$ entonces se dice que b es un *cero* del polinomio y una *raíz* de la ecuación $P(x) = 0$. La expresión $(x - b)$ es un *factor* del polinomio.

2.- Teorema de las raíces racionales. Si $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ tiene coeficientes enteros, entonces toda raíz *racional* de $P(x) = 0$ es de la forma $x = \frac{r}{s}$, siendo r un factor de a_0 y s un factor de a_n.

3.- Teorema fundamental del álgebra. Un polinomio de grado n tiene n ceros (no necesariamente distintos o reales). Aunque todos ellos pueden ser imaginarios como en el caso de $P(x) = x^2 + 1$, los polinomios reales de grado impar deben tener un cero real al menos.

4.- Ecuación de primer grado. $a x + b = 0$.

Una ecuación de primer grado tiene sólo una raíz. Dicha raíz se determina mediante despeje:

$$x = -\frac{b}{a}$$

5.- Ecuación de segundo grado. $a x^2 + b x + c = 0$.

Si $b^2 - 4 a c > 0$, existen dos raíces reales. Las raíces son: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Si $b^2 - 4 a c = 0$, existe una raíz real repetida. La raíz es: $x = -\frac{b}{2a}$

Si $b^2 - 4 a c < 0$, no existen raíces reales. Existen dos raíces complejas.

6.- Ecuación de tercer grado. $a x^3 + b x^2 + c x + d = 0$.

La ecuación de tercer grado debe tener al menos una raíz real. Las otras dos raíces pueden ser reales ambas o complejas ambas.

Para determinar las raíces de una ecuación de tercer grado o mayor, se recomienda aplicar el Método de Ruffini. Cuando el polinomio haya sido reducido a una ecuación de segundo grado, utilizar la fórmula de solución de la ecuación de segundo grado.

7.- Completación de cuadrado.

$$x^2 + bx + c = x^2 + bx + (\tfrac{1}{2}b)^2 + c - (\tfrac{1}{2}b)^2$$

$$x^2 + bx + c = (x + \tfrac{1}{2}b)^2 + [\, c - (\tfrac{1}{2}b)^2 \,]$$

8.- Conjugada de una expresión binomia.

Para una expresión binomia de la forma $a + b$, la expresión conjugada es $a - b$.

9.- Teorema del binomio (Productos notables).

9.1.- $(x + a)^2 = x^2 + 2 a x + a^2$ 9.2.- $(x - a)^2 = x^2 - 2 a x + a^2$

9.3.- $(x + a)^3 = x^3 + 3 x^2 a + 3 x a^2 + a^3$ 9.4.- $(x - a)^3 = x^3 - 3 x^2 a + 3 x a^2 - a^3$

9.5.- $(x + a)^4 = x^4 + 4 x^3 a + 6 x^2 a^2 + 4 x a^3 + a^4$ 9.6.- $(x - a)^4 = x^4 - 4 x^3 a + 6 x^2 a^2 - 4 x a^3 + a^4$

9.7.- $(x+a)^n = x^n + n x^{n-1} a + \frac{n(n-1)}{2!} x^{n-2} a^2 + \ldots + n a^{n-1} + a^n$

9.8.- $(x-a)^n = x^n - n x^{n-1} a + \frac{n(n-1)}{2!} x^{n-2} a^2 - \ldots \pm n a^{n-1} \mp a^n$

9.9.- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 a b + 2 a c + 2 b c$

9.10.- $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3 a^2 (b + c) + 3 b^2 (a + c) + 3 c^2 (a + b) + 6 a b c$

10.- Algunos productos.

10.1.- $a \,.\, (b + c) = a.b + a.c$ 10.2- $(a + b) \,.\, (a - b) = a^2 - b^2$

10.3.- $(a + b) \,.\, (c + d) = a.c + a.d + b.c + b.d$

11.- Algunas factorizaciones.

11.1.- $x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$ 11.2.- $x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + a x + a^2)$

11.3.- $x^3 + a^3 = (x + a)(x^2 - a x + a^2)$ 11.4.- $x^4 - a^4 = (x - a)(x + a)(x^2 + a^2)$

11.5.- $x^4 + a^4 = (x^2 + \sqrt{2}\, a x + a^2)(x^2 - \sqrt{2}\, a x + a^2)$ 11.6.- $x^{2n} - a^{2n} = (x^n - a^n)(x^n + a^n)$

12.- Factorización por agrupamiento.

$a c x^3 + a d x^2 + b c x + b d = a x^2 (c x + d) + b (c x + d) = (c x + d)(a x^2 + b)$

13.- Operaciones aritméticas.

13.1.- $a b + a c = a(b + c)$ 13.2.- $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ 13.3.- $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

13.4.- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a d + b c}{b d}$ 13.5.- $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a d - b c}{b d}$ 13.6.- $a\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{a c}{d}$

13.7.- $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{a c}{b d}$ 13.8.- $\frac{a-b}{c-d} = \frac{b-a}{d-c}$ 13.9.- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a d}{b c}$

13.10.- $\frac{\frac{a}{\not b}}{\frac{c}{\not b}} = \frac{a}{c}$ 13.11.- $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{1}} = \frac{a}{bc}$ 13.12.- $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{\frac{a}{1}}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b}$

13.13.- $\frac{a b + a c}{a} = \frac{\not a (b + c)}{\not a} = b + c$

14.- Exponentes.

14.1.- $a^0 = 1 \;(a \neq 0)$ 14.2.- $a^1 = a$ 14.3.- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

14.4.- $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ 14.5.- $a^m a^n = a^{m+n}$ 14.6.- $a^{m+n} = a^m a^n$

14.7.- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 14.8.- $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$ 14.9.- $(a^m)^n = a^{m.n}$

14.10.- $(a.b)^n = a^n . b^n$ 14.11.- $a^n . b^n = (a.b)^n$ 14.12.- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

14.13.- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ 14.14 $\left(\frac{b}{a}\right)^{-n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

15.- Radicales.

15.1.- $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ 15.2.- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ 15.3.- $\sqrt[n]{(a+b-c)} = (a+b-c)^{\frac{1}{n}}$

15.4.- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ 15.5.- $\sqrt[n]{a^n} = a$ 15.6.- $\sqrt[n]{a\,b} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$

15.7.- $\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\,b}$ 15.8.- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ 15.9.- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

15.10.- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ 15.11.- $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$ 15.12.- $\frac{\sqrt[n]{b}}{a} = \sqrt[n]{\frac{b}{a^n}}$

16.- Desigualdades.

Definiciones. Dados $a, b \in R$

16.1.- $a > 0$ si y sólo si a es positivo. 16.2.- $a < 0$ si y sólo si a es negativo.

16.3.- $a < b$ si y sólo si $b - a$ es positivo. 16.4.- $a > b$ si y sólo si $a - b$ es positivo.

16.5.- $a \leq b$ si y sólo si $b - a$ es positivo ó $a = b$.

16.6.- $a \geq b$ si y sólo si $a - b$ es positivo ó $a = b$.

Propiedades. Dados $a, b, c, d \in R$

16.7.- Si $a > 0$ y $b > 0$, entonces $a + b > 0$ 16.8.- Si $a > 0$ y $b > 0$, entonces $a \,.\, b > 0$

16.9.- Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$ 16.10.- Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$

16.11.- Si $a < b$ y $c < d$, entonces $a + c < b + d$

16.12.- Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $a \,.\, c < b \,.\, c$ 16.13.- Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $a \,.\, c > b \,.\, c$

16.14.- Si $a < x < b$, entonces $x > a$ y $x < b$ x está entre a y b sin incluir los extremos.

16.15.- Si $a \leq x \leq b$, entonces $x \geq a$ y $x \leq b$ x está entre a y b incluyendo los extremos.

17.- Intervalos. Para cada uno de los intervalos (a,b), $[a,b]$, $(a,b\ ]$ y $[a,b)$, los números a y b se denominan **extremos** del intervalo.

17.1.- Intervalo abierto: $(a,b) = \{x / a < x < b\}$ 17.2.- Intervalo cerrado: $[a,b] = \{x / a \le x \le b\}$

17.3.- Intervalo semiabierto por la izquierda: $(a,b] = \{x / a < x \le b\}$

17.4.- Intervalo semiabierto por la derecha: $[a,b) = \{x / a \le x < b\}$

17.5.- $(a,+\infty) = \{x / x > a\}$ 17.6.- $[a,+\infty) = \{x / x \ge a\}$

17.7.- $(-\infty,b) = \{x / x < b\}$ 17.8.- $(-\infty,b] = \{x / x \le b\}$

17.9.- $(-\infty,+\infty) = R$

Operaciones con intervalos.

Si $[a,b] \subset [c,d]$, entonces:

17.10.- $[a,b] \cup [c,d] = [c,d]$ 17.11.- $[a,b] \cap [c,d] = [a,b]$

17.12.- Al intersectar el intervalo $[a,b]$ con $(-\infty,+\infty)$, el resultado es el intervalo $[a,b]$.

17.13.- Si $[a,b]$ y $[c,d]$ son excluyentes: $[a,b] \cap [c,d] = \phi$ (El conjunto vacio).

18.- Definición de valor absoluto.

Si x es un número real, entonces el **valor absoluto de x**, denotado por $|x|$ es x si x es no negativo, y $-x$, si x es negativo. Con símbolos se escribe $|x| = \begin{cases} x & \text{Si} \quad x \ge 0 \\ -x & \text{Si} \quad x < 0 \end{cases}$

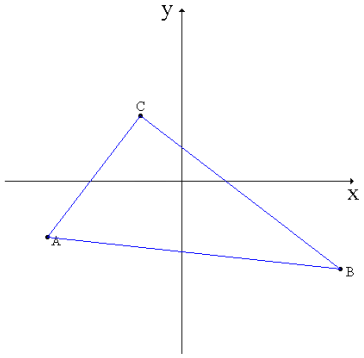
Propiedades. Dados $a, b \in R$

18.1.- $|x| < a \rightarrow -a < x < a$, donde $a > 0$ 18.2.- $|x| > a \rightarrow x > a$ ó $x < -a$, donde $a > 0$

18.3.- $|ab| = |a||b|$ 18.4.- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ si $b \neq 0$ 18.5.- $|a+b| \le |a| + |b|$

18.6.- $|a-b| \le |a| + |b|$ 18.7.- $|a| - |b| \le |a-b|$

19- Teorema de Pitágoras.



En un triángulo rectángulo, si a y b son las longitudes de los lados perpendiculares y c es la longitud de la hipotenusa, entonces $a^2 + b^2 = c^2$.

"El cuadrado del lado mayor (hipotenusa) es igual a la suma del cuadrado de los dos lados más pequeños (catetos)".

Los puntos A, B y C en la figura forman un triángulo rectángulo si se cumple $d^2_{A-B} = d^2_{A-C} + d^2_{B-C}$.

20.- Errores a evitar.

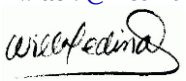
	Error.	Forma correcta.	Ejemplo.
20.1.-	$(x+a)^2 \neq x^2 + a^2$	$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$	Hacer $a = x = 1$
20.2.-	$(x-a)^2 \neq x^2 - a^2$	$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$	Hacer $x = 2$, $a = 1$
20.3.-	$a \times \frac{b}{c} \neq \frac{ab}{ac}$	$a \times \frac{b}{c} \neq \frac{ab}{c}$	Hacer $a = 4$, $b = 8$, $c = 2$
20.4.-	$\frac{ab}{c} \neq \frac{a}{c} \times \frac{b}{c}$	$\frac{ab}{c} = \frac{a}{c} \times b$ ó $\frac{ab}{c} = a \times \frac{b}{c}$	Hacer $a = 4$, $b = 8$, $c = 2$
20.5.-	$\frac{a}{x+b} \neq \frac{a}{x} + \frac{a}{b}$	$\frac{a}{x+b} = \frac{a}{x+b}$	Hacer $a = b = x = 1$
20.6.-	$\frac{\not{a}+bx}{\not{a}} \neq bx$	$\frac{a+bx}{a} = \frac{a}{a} + \frac{bx}{a} = 1 + \frac{bx}{a}$	Hacer $a = b = x = 1$
20.7.-	$\frac{\not{a}+bx}{\not{a}} \neq 1 + bx$	$\frac{a+bx}{a} = \frac{a}{a} + \frac{bx}{a} = 1 + \frac{bx}{a}$	Hacer $a = b = x = 2$
20.8.-	$\frac{\frac{a}{\not{b}}+c}{\frac{d}{\not{b}}+e} \neq \frac{a+c}{d+e}$	$\frac{\frac{a}{b}+c}{\frac{d}{b}+e} \neq \frac{a+bc}{d+be}$	Hacer $a = b = c = 2$, $d = 4$, $e = 1$
20.9.-	$(x^2)^3 \neq x^5$	$(x^2)^3 = x^2x^2x^2 = x^6$	Hacer $x = 2$
20.10.-	$\sqrt{x^2+a^2} \neq \sqrt{x^2} + \sqrt{a^2}$	$\sqrt{x^2+a^2} = \sqrt{x^2+a^2}$	Hacer $x = 3$ y $a = 4$
20.11.-	$\sqrt{x^2+a^2} \neq x + a$	$\sqrt{x^2+a^2} = \sqrt{x^2+a^2}$	Hacer $x = 3$ y $a = 4$
20.12.-	$\sqrt{x+a^2} \neq x + a$	$\sqrt{x+a^2} = \sqrt{x+a^2}$	Hacer $x = 9$ y $a = 4$
20.13.-	$\sqrt{-x^2+a^2} \neq -\sqrt{x^2-a^2}$	$\sqrt{-x^2+a^2} = \sqrt{-(x^2-a^2)}$	
20.14.-	$a^m a^n = a^{m.n}$	$a^m a^n = a^{m+n}$	
20.15.-	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m/n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	
20.16.-	$a(b)^{m/n} \neq (ab)^{m/n}$	$a(b)^{m/n} = (a^{n/m}b)^{m/n}$	
20.17.-	$a(b+c)^n \neq (ab+ac)^n$	$a(b+c)^n = (a^{1/n}b + a^{1/n}c)^n$	
20.18.-	$a(b+c)^{m/n} \neq (ab+ac)^{m/n}$	$a(b+c)^{m/n} = (a^{n/m}b + a^{n/m}c)^{m/n}$	
20.19.-	$a-b(x-1) \neq a-bx-b$	$a-b(x-1) = a-bx+b$	
20.20.-	$\frac{\left(\frac{x}{a}\right)}{b} \neq \frac{bx}{a}$	$\frac{\left(\frac{x}{a}\right)}{b} = \frac{\left(\frac{x}{a}\right)}{\left(\frac{b}{1}\right)} = \frac{x}{ab}$	$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{5} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{5}{1}\right)} = \frac{2}{15}$
20.21.-	$\frac{x}{\left(\frac{a}{b}\right)} \neq \frac{ax}{b}$	$\frac{x}{\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{\left(\frac{x}{1}\right)}{\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{bx}{a}$	$\frac{2}{\left(\frac{3}{5}\right)} = \frac{\left(\frac{2}{1}\right)}{\left(\frac{3}{5}\right)} = \frac{10}{3}$
20.22.-	$\frac{k}{0} \neq 0$	$\frac{k}{0} =$ No existe	
20.23.-	$\frac{\text{sen}\, a}{\text{sen}\, b} \neq \frac{a}{b}$	$\frac{\text{sen}\, a}{\text{sen}\, b} = \frac{\text{sen}\, a}{\text{sen}\, b}$	
20.24.-	sen $(a + b)$ = sen a + sen b	sen $(a + b)$ = sen a cos b + sen b cos a	
20.25.-	sen $(a - b)$ = sen a – sen b	sen $(a - b)$ = sen a cos b – sen b cos a	
20.26.-	log $(a + b)$ = log a + log b	log $(a + b)$ = log $(a + b)$	
20.27.-	log $(a - b)$ = log a – log b	log $(a - b)$ = log $(a - b)$	
20.28.-	log $(a \,.\, b)$ = log a . log b	log $(a \,.\, b)$ = log a + log b	
20.29.-	log (a / b) = log a / log b	log (a / b) = log a – log b	
20.30.-	$\ln^n a = n \ln a$	$\ln^n a = (\ln a)^n$	
20.31.-	$\log^n a = n \log a$	$\log^n a = (\log a)^n$	

Autor: **MSc. Ing. Willians Medina**.

Teléfono / Whatsapp: **+58-424-9744352**

e-mail: **medinawj@gmail.com**

Twitter: **@medinawj**



El presente formulario está disponible en formato digital en la siguiente dirección:

https://www.tutoruniversitario.com/

Maturín, febrero de 2025.