

Ejemplo 2. Sección 5.1 del Larson – Hostetler. Segunda Edición. Página 202.

Hallar dos números positivos que minimicen la suma del doble del primero más el segundo, si el producto de los números es 288.

Solución.

Sean x e y los números buscados.

En base a la condición conocida (el producto de los números es 288), se tiene:

$$xy = 288 \quad (\text{Ecuación 1})$$

La función objetivo es la suma del doble del primero más el segundo, que se expresa de la siguiente manera:

$$S = 2x + y \quad (\text{Ecuación 2})$$

Es necesario expresar la función objetivo S en función de una sola variable. De la ecuación (1) se despeja la variable y :

$$y = \frac{288}{x} \quad (\text{Ecuación 3})$$

Se sustituye la ecuación (3) en la ecuación (2):

$$S(x) = 2x + \frac{288}{x} \quad (\text{Ecuación 4})$$

Criterio de la primera derivada para máximos y mínimos.

Para un valor extremo de la suma:

$$\frac{dS}{dx} = 0 \quad (\text{Condición 1})$$

Al derivar la ecuación (4):

$$\frac{dS}{dx} = 2 - \frac{288}{x^2} \quad (\text{Ecuación 5})$$

Al aplicar la condición (1):

$$2 - \frac{288}{x^2} = 0$$

Resolver la ecuación anterior con el objeto de determinar los valores críticos.

$$\frac{288}{x^2} = 2$$

$$x^2 = \frac{288}{2}$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \pm\sqrt{144}$$

$$x = \pm 12$$

$$x_1 = -12$$

$$x_2 = 12$$

Valores críticos: $x = -12$ y $x = 12$.

Puesto que se trata de números positivos, se analiza $x = 12$.

Criterio de la segunda derivada para máximos y mínimos.

Al derivar la ecuación (5):

$$\frac{d^2S}{dx^2} = \frac{576}{x^3}$$

Al evaluar en $x = 12$:

$$\left. \frac{d^2S}{dx^2} \right|_{x=12} = \frac{576}{(12)^3} = \frac{1}{3}$$

Puesto que $\left. \frac{d^2S}{dx^2} \right|_{x=12} > 0$, la función $S(x) = 2x + \frac{288}{x}$ presenta un mínimo relativo en $x =$

12.

El correspondiente valor de y se obtiene mediante la sustitución de $x = 12$ en la ecuación (3):

$$y = \frac{288}{12}$$

$$y = 24$$

Conclusión.

Los números buscados son:

$$x = 12$$

$$y = 24$$

Este ejercicio forma parte de una serie de ejercicios resueltos paso a paso acerca del tema **Aplicaciones de la derivada**, perteneciente a la asignatura **Cálculo Diferencial**. El acceso a estos archivos está disponible a través de:

<http://www.tutoruniversitario.com/>

Si Usted requiere la resolución de ejercicios adicionales acerca de ésta u otras asignaturas, contáctenos a través de los siguientes medios:

- WhatsApp: +58-4249744352 (En forma directa o desde nuestra página web).
- E-mail: medinawj@gmail.com

Lista de asignaturas en las cuales podemos ayudarle:

Cálculo Diferencial.	Cálculo Integral.	Cálculo Vectorial.
Ecuaciones Diferenciales.	Trigonometría.	Matemáticas Aplicadas.
Matemáticas Financieras.	Álgebra Lineal.	Métodos Numéricos.
Estadística.	Física (Mecánica).	Física (Electricidad).
Mecánica Vectorial (Estática).	Química Inorgánica.	Fisicoquímica.
Termodinámica.	Termodinámica Química.	Mecánica de Fluidos.
Fenómenos de Transporte.	Transferencia de Calor.	Ingeniería Económica.