

Ejemplo 3.5-3 del Geankoplis. Cuarta Edición. Página 184. Problema 3.5-5 del Geankoplis. Cuarta Edición. Página 236.

Perfil de velocidad de un fluido plástico de Bingham. Una solución de pigmento para impresión en barniz, 10% en peso ($\tau_0 = 0.4 \text{ N/m}^2$, $\mu_0 = 0.25 \text{ Pa}\cdot\text{s}$), fluye por una tubería con diámetro de 1.0 cm y longitud de 10.2 m. Se está empleando una fuerza propulsora de presión de 4.35 kN/m^2 :

- Calcúlese la velocidad de flujo Q en m^3/s .
- Calcule la velocidad para la región de flujo de taponamiento en $r = r_0$.
- Calcule la velocidad para valores de r de 0.35 cm, 0.45 cm y 0.50 cm, y grafique el perfil de velocidad completo contra la posición radial.

Solución.

Tipo de fluido: Bingham.

$$\tau_0 = 0.4 \text{ N/m}^2$$

$$\mu_0 = 0.25 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$D = 1.0 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$$

$$L = 10.2 \text{ m}$$

$$p_0 - p_L = 4.35 \text{ kN/m}^2 = 4350 \text{ N/m}^2$$

Radio del tubo.

$$R = \frac{1}{2}D$$

$$R = \frac{1}{2}(0.01 \text{ m})$$

$$R = 0.005 \text{ m}$$

En primer lugar, se debe calcular el radio del tapón.

Partiendo de la ecuación 3.5-26 del Geankoplis, página 184 y deducida en el ejercicio 27:

$$\tau_0 = \frac{(p_0 - p_L)r_0}{2L} \quad (1)$$

se deduce que el radio del tapón es:

$$r_0 = \frac{2\tau_0 L}{p_0 - p_L} \quad (2)$$

Al sustituir valores en la ecuación (2):

$$r_0 = \frac{2 \times 0.4 \text{ N/m}^2 \times 10.2 \text{ m}}{4350 \text{ N/m}^2}$$

$$r_0 = 0.001876 \text{ m}$$

$$r_0 (0.001876 \text{ m}) < R (0.005 \text{ m})$$

Existe el flujo del tapón y el flujo con velocidad variable.

Velocidad volumétrica de flujo.

La ecuación 3.5-29 del Geankoplis, Cuarta Edición, página 184 y deducida en el ejercicio 27 proporciona la velocidad de flujo:

$$Q = \frac{\pi (p_0 - p_L) R^4}{8 \mu_0 L} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{\tau_0}{\tau_R} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{\tau_0}{\tau_R} \right)^4 \right] \quad (3)$$

Flujo de momento lineal en la pared.

La ecuación 2.9-6 del Geankoplis, Cuarta Edición, página 183 y deducida en el ejercicio 27 proporciona el flujo de momento lineal:

$$\tau_{rz} = \left(\frac{p_0 - p_L}{2L} \right) r \quad (4)$$

Al evaluar la ecuación (4) en $r = R$:

$$\tau_R = \left(\frac{p_0 - p_L}{2L} \right) R \quad (5)$$

Al sustituir valores en la ecuación (5):

$$\tau_R = \left(\frac{4350 \text{ N/m}^2}{2 \times 10.2 \text{ m}} \right) \times 0.005 \text{ m}$$

$$\tau_R = 1.0662 \text{ N/m}^2$$

Al sustituir valores en la ecuación (3):

$$Q = \frac{\pi \times 4350 \text{ N/m}^2 \times (0.005 \text{ m})^4}{8 \times 0.25 \text{ Pa}\cdot\text{s} \times 10.2 \text{ m}} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{0.4 \text{ N/m}^2}{1.0662 \text{ N/m}^2} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{0.4 \text{ N/m}^2}{1.0662 \text{ N/m}^2} \right)^4 \right]$$

$$Q = 4.1868 \times 10^{-7} \times 0.5064$$

$$Q = 2.1202 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$$

b) La ecuación 3.5-27 del Geankoplis, Cuarta Edición, página 184 y deducida en el ejercicio 27 proporciona la velocidad para la región de flujo de taponamiento:

$$v_z = \frac{(p_0 - p_L) R^2}{4 \mu_0 L} \left(1 - \frac{r_0}{R}\right)^2 \quad (6)$$

Al sustituir valores en la ecuación (6):

$$v_z = \frac{4350 \text{ N/m}^2 \times (0.005 \text{ m})^2}{4 \times 0.25 \text{ Pa.s} \times 10.2 \text{ m}} \left(1 - \frac{0.001876 \text{ m}}{0.005 \text{ m}}\right)^2$$

$$v_z = 0.010662 \times 0.390375$$

$$v_z = 0.004162 \text{ m/s}$$

c) Los valores de r indicados son mayores que el radio del tapón, por lo tanto en la región indicada la velocidad es variable.

La ecuación 3.5-25 del Geankoplis, Cuarta Edición, página 184 y deducida en el ejercicio 27 proporciona la velocidad para la región de flujo con velocidad variable:

$$v_z = \frac{(p_0 - p_L) R^2}{4 \mu_0 L} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] - \frac{\tau_0 R}{\mu_0} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)\right] \quad (7)$$

Al sustituir valores en la ecuación (7) se obtiene la expresión de la velocidad en función del radio.

$$v_z = \frac{4350 \text{ N/m}^2 \times (0.005 \text{ m})^2}{4 \times 0.25 \text{ Pa.s} \times 10.2 \text{ m}} \left[1 - \left(\frac{r}{0.005}\right)^2\right] - \frac{0.4 \text{ N/m}^2 \times 0.005 \text{ m}}{0.25 \text{ Pa.s}} \left[1 - \left(\frac{r}{0.005}\right)\right]$$

$$v_z = 0.010662 \left[1 - \left(\frac{r}{0.005}\right)^2\right] - 0.008 \left[1 - \left(\frac{r}{0.005}\right)\right]$$

Para $r = 0.35 \text{ cm} = 0.0035 \text{ m}$:

$$v_z = 0.010662 \left[1 - \left(\frac{0.0035}{0.005}\right)^2\right] - 0.008 \left[1 - \left(\frac{0.0035}{0.005}\right)\right]$$

$$v_z = 0.003038 \text{ m/s}$$

Para $r = 0.45 \text{ cm} = 0.0045 \text{ m}$:

$$v_z = 0.010662 \left[1 - \left(\frac{0.0045}{0.005} \right)^2 \right] - 0.008 \left[1 - \left(\frac{0.0045}{0.005} \right) \right]$$

$$v_z = 0.001225 \text{ m/s}$$

Para $r = 0.50 \text{ cm} = 0.005 \text{ m}$:

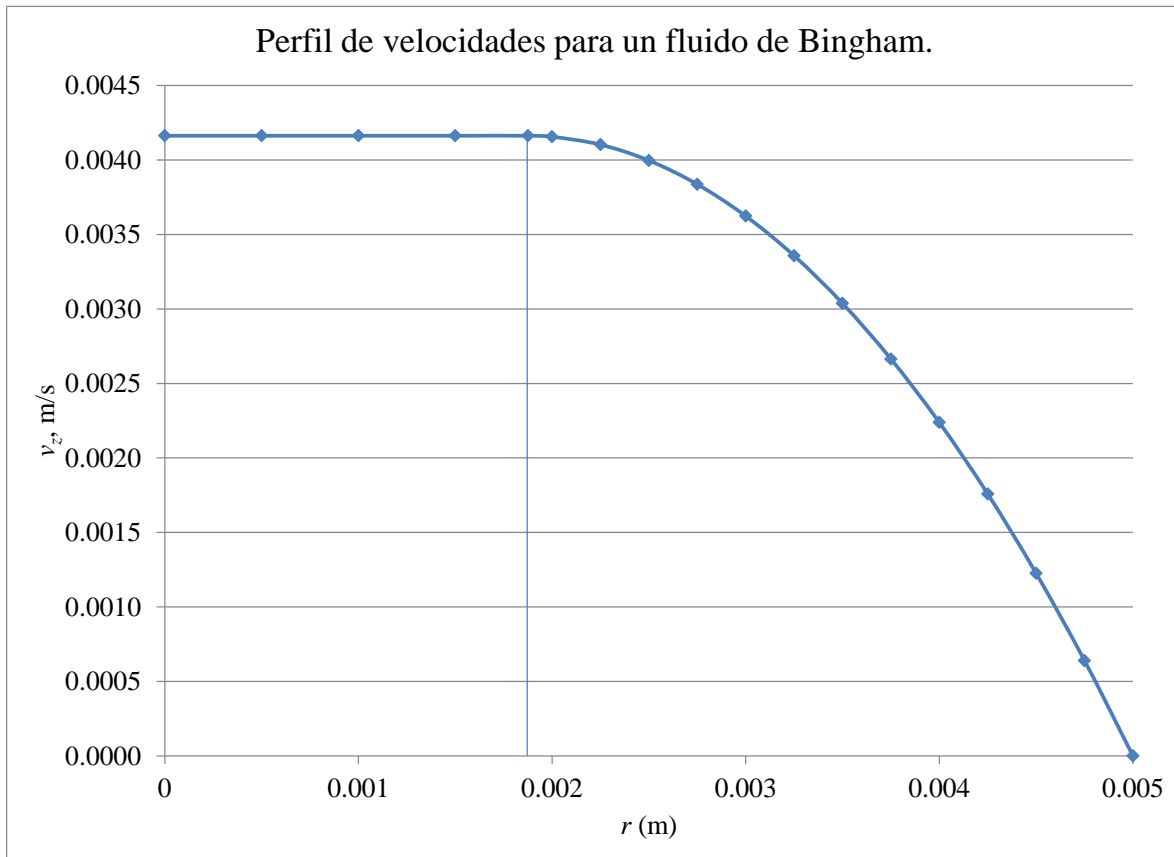
$$v_z = 0.010662 \left[1 - \left(\frac{0.005}{0.005} \right)^2 \right] - 0.008 \left[1 - \left(\frac{0.005}{0.005} \right) \right]$$

$$v_z = 0 \text{ m/s}$$

En la tabla siguiente se resumen los resultados de la velocidad en función del radio.

r (m)	v_z (m/s)
0.001876	0.004162
0.0020	0.004156
0.0025	0.003997
0.0030	0.003624
0.0035	0.003038
0.0040	0.002238
0.0045	0.001225
0.0050	0

La figura siguiente muestra el perfil de velocidades en toda la gama de radios del tubo.



Este ejercicio forma parte de una serie de ejercicios resueltos paso a paso acerca del tema **Distribuciones de Velocidad en Flujo Laminar, Sistemas cilíndricos**, perteneciente a las asignaturas **Fenómenos de Transporte y Mecánica de Fluidos**. El acceso a estos archivos está disponible a través de:

<http://www.tutoruniversitario.com/>

Si Usted requiere la resolución de ejercicios adicionales acerca de ésta u otras asignaturas, contáctenos a través de los siguientes medios:

- WhatsApp: +58-4249744352 (En forma directa o desde nuestra página web).

- E-mail: medinawj@gmail.com

Lista de asignaturas en las cuales podemos ayudarle:

Cálculo Diferencial.	Cálculo Integral.	Cálculo Vectorial.
Ecuaciones Diferenciales.	Trigonometría.	Matemáticas Aplicadas.
Matemáticas Financieras.	Álgebra Lineal.	Métodos Numéricos.
Estadística.	Física (Mecánica).	Física (Electricidad).
Mecánica Vectorial (Estática).	Química Inorgánica.	Fisicoquímica.
Termodinámica.	Termodinámica Química.	Mecánica de Fluidos.
Fenómenos de Transporte.	Transferencia de Calor.	Ingeniería Económica.