Ejemplo del Mario Triola. Novena Edición. Página 322.

Temperaturas corporales. Para la muestra de temperaturas corporales del conjunto de datos 4 del Apéndice B (para las 12:00 h del día 2), tenemos n = 106 y $\overline{X} = 98.20\,°\text{F}$. Suponga que la muestra es una muestra aleatoria simple y que, por alguna razón, se conoce que σ es 0.62°F. Utilizando un nivel de confianza del 0.95, calcule lo siguiente:

a) El margen de error E.

b) El intervalo de confianza para μ.

Solución.

Variable: Temperatura corporal.

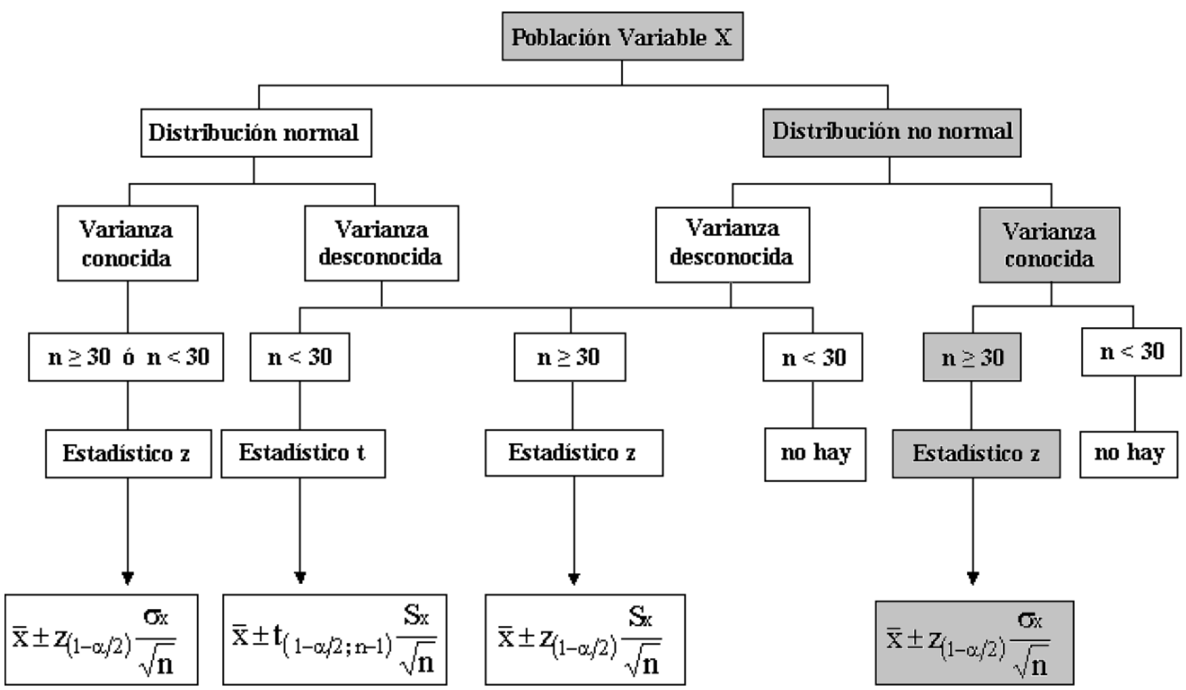
Tamaño de la muestra: n = 106

Media muestral: $\overline{X} = 98.20\,°\text{F}$

Desviación estándar poblacional: σ = 0.62ºF

Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0.95$

Distribución a utilizar.



Margen de error.

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Determinación de $z_{\alpha/2}$.

Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0.95$.

$1 - \alpha = 0.95$

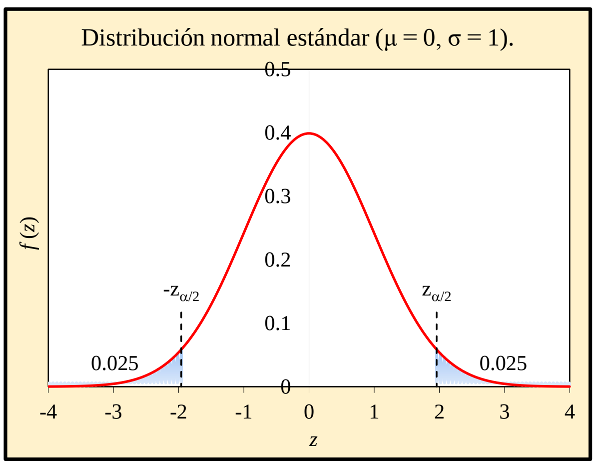
$\alpha = 1 - 0.95$

$\alpha = 0.05$

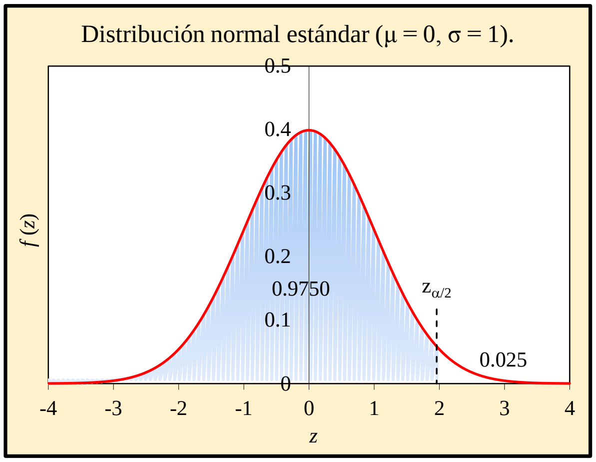
$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.05}{2}$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.025$$

$z_{\alpha/2} = z_{0.025}$ es el valor de z que tiene un área de 0.025 a la derecha.



El área acumulada a la izquierda es $1 - 0.025 = 0.9750$.



Técnicamente, el valor de z se determina como $P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0.9750$.

En palabras, z será el valor que corresponda a la probabilidad de 0.9750.

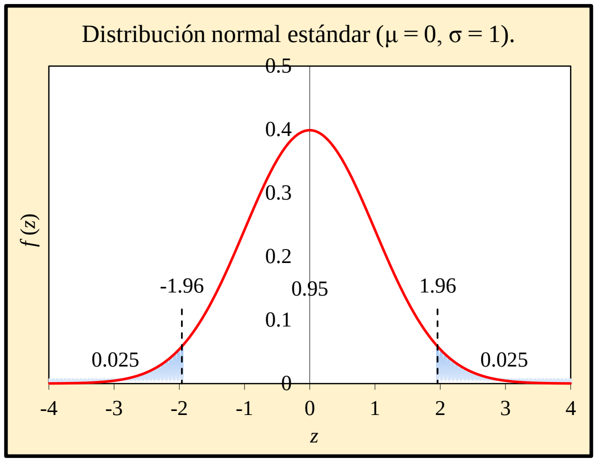
Para calcular este valor, se reproduce parte de la tabla de la normal estándar presentada en el apéndice del libro.

Se busca el valor de 0.9750 y se identifica el valor z que se relaciona con esta probabilidad.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	$\boxed{0.9750}$	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Como se puede observar, cuando la probabilidad es 0.9750, el valor de z es igual a 1.96.

$z_{\alpha/2} = 1.96$



Margen de error.

$$E = 1.96 \times \frac{0.62}{\sqrt{106}}$$

$$E = 1.96 \times \frac{0.62}{10.29563014}$$

E = 1.96 × 0.0602

E = 0.12

b) El intervalo de confianza para la media puede expresarse en la forma siguiente:

μ: $\overline{X} \pm E$, con $E = z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (Margen de error) (1)

Intervalo de confianza.

μ: 98.20 ± 0.12

Límite inferior de confianza.

LIC = 98.20 – 0.12 = 98.08

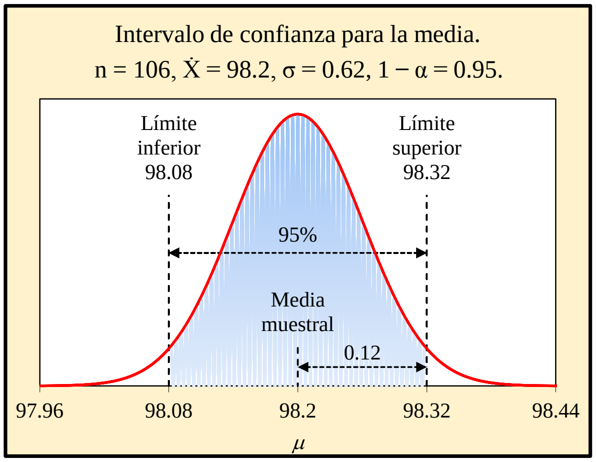
Límite superior de confianza.

LSC = 98.20 + 0.12 = 98.32

Intervalo de confianza.

98.08ºF $\leq \mu \leq$ 98.32ºF

Gráfico del intervalo de confianza.



Interpretación práctica del intervalo de confianza.

Tenemos una confianza del 95% de que el intervalo de 98.08ºF a 98.32ºF contiene el valor verdadero de la temperatura corporal promedio μ.

Interpretación probabilística del intervalo de confianza.

Si seleccionáramos diferentes muestras aleatorias y construyéramos los correspondientes intervalos de confianza, el 95% contendría el valor verdadero de la temperatura corporal promedio μ.