Example 6.2.3 from Daniel – Cross. Tenth Edition. Page 168.

La puntualidad de los pacientes en la asistencia a las citas es de interés para un equipo de investigación. En un estudio sobre el flujo de pacientes en los consultorios de los médicos generales, se encontró que una muestra de 35 pacientes llegaba 17.2 minutos tarde a sus citas, en promedio. Investigaciones anteriores habían demostrado que la desviación estándar era de unos 8 minutos. Se consideró que la distribución de la población no era normal. ¿Cuál es el intervalo de confianza del 90 por ciento para μ, la cantidad media real de retraso en las citas?

Punctuality of patients in keeping appointments is of interest to a research team. In a study of patient flow through the offices of general practitioners, it was found that a sample of 35 patients was 17.2 minutes late for appointments, on the average. Previous research had shown the standard deviation to be about 8 minutes. The population distribution was felt to be **nonnormal**. What is the 90 percent confidence interval for μ, the true mean amount of time late for appointments?

Solución.

Variable: Tiempo de retraso de llegada a la cita

Tamaño de la muestra: $n = 35$

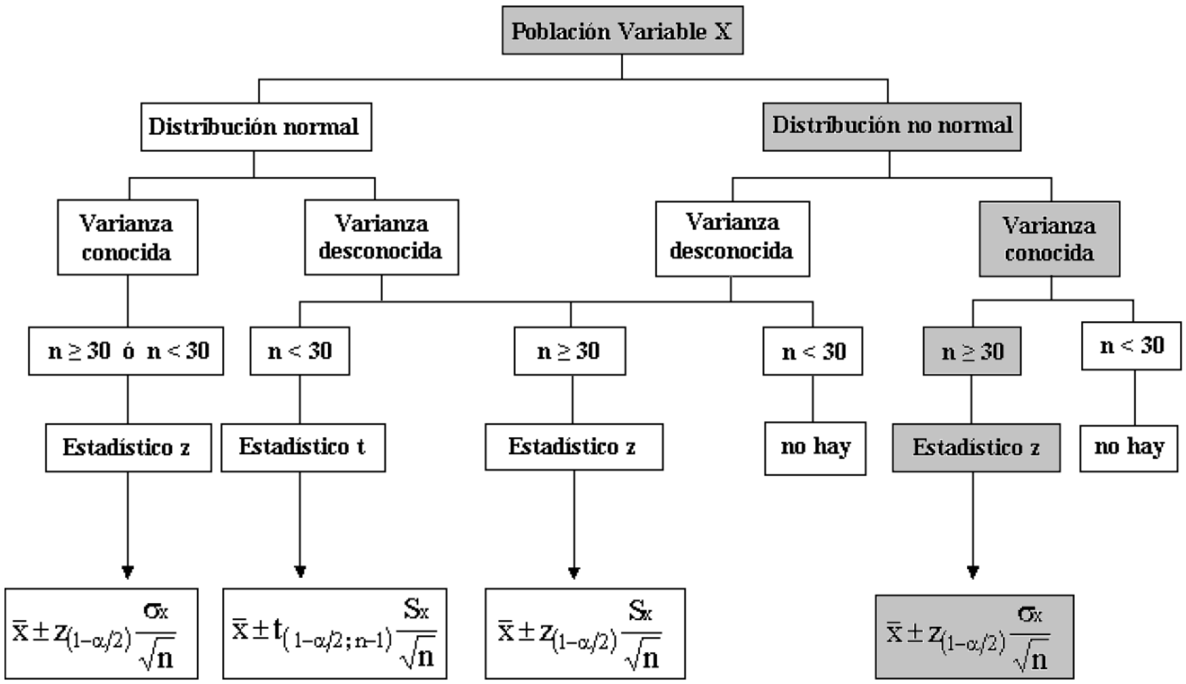
Media muestral: $\overline{X} = 17.2$ minutos

Desviación estándar poblacional: $\sigma = 8$

Nivel de confianza: $1 – \alpha = 0.90$

Intervalo de confianza para la media poblacional, σ^2 conocida.

Distribución a utilizar.



El intervalo de confianza para la media puede expresarse en cualquiera de las cuatro formas siguientes:

μ: $\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{X}}$, con $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (Error estándar de la media) (1)

μ: $\bar{X} \pm E$, con $E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (Margen de error) (2)

μ: $\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (3)

$$X - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le X + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

Se ilustrará el cálculo con las cuatro formas presentadas, sin embargo, el uso de sólo una es suficiente para obtener la solución del problema.

Determinación de $z_{\alpha/2}$.

Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0.90$.

$1 - \alpha = 0.90$

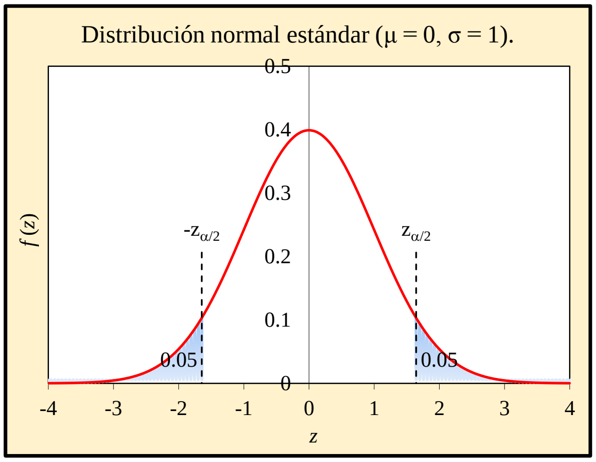
$\alpha = 1 - 0.90$

$\alpha = 0.10$

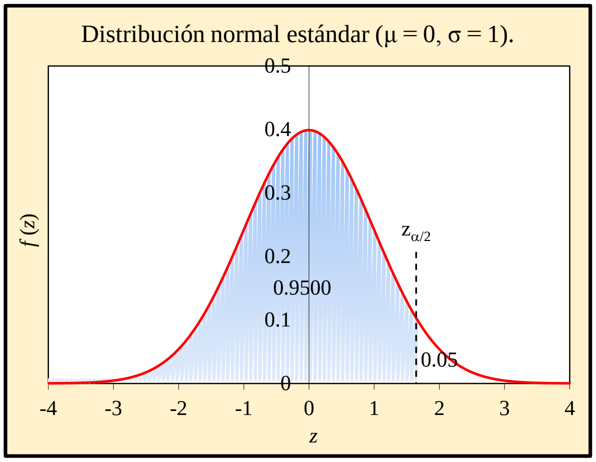
$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2}$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.05$$

$z_{\alpha/2} = z_{0.05}$ es el valor de z que tiene un área de 0.05 a la derecha.



El área acumulada a la izquierda es 1 – 0.05 = 0.9500.



Técnicamente, el valor de z se determina como $P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0.9500$.

En palabras, z será el valor que corresponda a la probabilidad de 0.9500.

Para calcular este valor, se reproduce parte de la tabla de la normal estándar presentada en el apéndice del libro.

Se busca el valor de 0.9500 y se identifica el valor z que se relaciona con esta probabilidad.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	$\boxed{0.9505}$	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

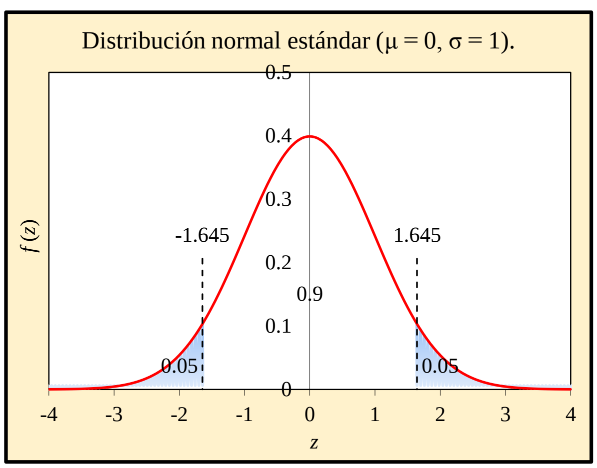
No encontramos 0.9500 exactamente. Los valores más cercanos son los que corresponden a 0.9495 (z = 1.64) y 0.9505 (z = 1.65). Se aplica interpolación lineal.

Probabilidad	z
0.9495	1.64
0.9500	z
0.9505	1.65

$$\frac{z-1.64}{1.65-1.64}=\frac{0.9500-0.9495}{0.9505-0.9495}$$

$$z=\left(\frac{0.9500-0.9495}{0.9505-0.9495}\right)(1.65-1.64)+1.64$$

$z_{\alpha/2}$ = 1.645



Determinación del intervalo de confianza.

Primer mecanismo de solución. Ecuación (1).

μ: $\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{X}}$

Error estándar de la media.

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{8}{\sqrt{35}}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{8}{5.916079783}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = 1.3522$$

Intervalo de confianza.

μ: 17.2 ± 1.645 × 1.3522

μ: 17.2 ± 2.2

Límite inferior de confianza.

LIC = 17.2 – 2.2 = 15.0

Límite superior de confianza.

LSC = 17.2 + 2.2 = 19.4

Intervalo de confianza.

15.0 minutos $\leq \mu \leq$ 19.4 minutos

Segundo mecanismo de solución. Ecuación (2).

μ: $\bar{X} \pm E$

Margen de error.

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$E = 1.645 \times \frac{8}{\sqrt{35}}$$

$$E = 1.645 \times \frac{8}{5.916079783}$$

E = 1.645 × 1.3522

E = 2.2

Intervalo de confianza.

μ: 17.2 ± 2.2

Límite inferior de confianza.

LIC = 17.2 – 2.2 = 15.0

Límite superior de confianza.

LSC = 17.2 + 2.2 = 19.4

Intervalo de confianza.

15.0 minutos $\leq \mu \leq$ 19.4 minutos

Tercer mecanismo de solución. Ecuación (3).

$$\mu:\ \bar{X} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\mu:\ 17.2 \pm 1.645 \times \frac{8}{\sqrt{35}}$$

$$\mu:\ 17.2 \pm 1.645 \times \frac{8}{5.916079783}$$

μ: 17.2 ± 1.645 × 1.3522

μ: 17.2 ± 2.2

Límite inferior de confianza.

LIC = 17.2 – 2.2 = 15.0

Límite superior de confianza.

LSC = 17.2 + 2.2 = 19.4

Intervalo de confianza.

15.0 minutos $\leq \mu \leq$ 19.4 minutos

Cuarto mecanismo de solución. Ecuación (4).

$$\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$17.2 - 1.645 \times \frac{8}{\sqrt{35}} \leq \mu \leq 17.2 + 1.645 \times \frac{8}{\sqrt{35}}$$

$$17.2 - 1.645 \times \frac{8}{5.916079783} \leq \mu \leq 17.2 + 1.645 \times \frac{8}{5.916079783}$$

17.2 – 1.645 × 1.3522 $\leq \mu \leq$ 17.2 + 1.645 × 1.3522

$17.2 - 2.2 \leq \mu \leq 17.2 + 2.2$

$15.0 \leq \mu \leq 19.4$

Límite inferior de confianza.

$LIC = 15.0$

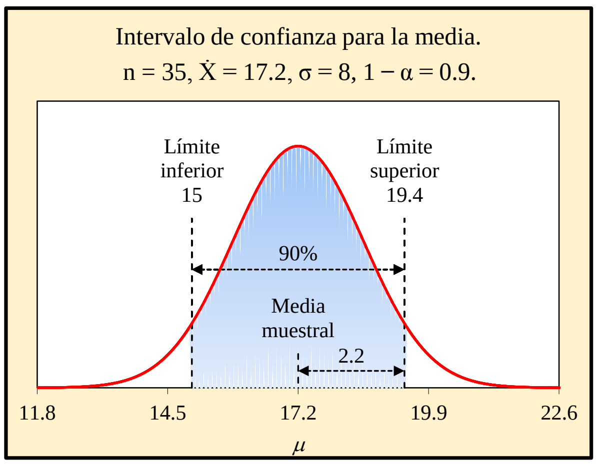
Límite superior de confianza.

$LSC = 19.4$

Intervalo de confianza.

$15.0 \leq \mu \leq 19.4$

Gráfico del intervalo de confianza.



Interpretación práctica del intervalo de confianza.

Tenemos una confianza del 90% de que el intervalo de 15.0 minutos a 19.4 minutos contiene el valor verdadero del tiempo promedio de retraso de llegada a la cita μ.

Interpretación probabilística del intervalo de confianza.

Si seleccionáramos diferentes muestras aleatorias y construyéramos los correspondientes intervalos de confianza, el 90% contendría el valor verdadero del tiempo promedio de retraso de llegada a la cita μ.

Este ejercicio forma parte de una serie de ejercicios resueltos paso a paso acerca del tema **Estimación de Parámetros e Intervalos de Confianza,** perteneciente a la asignatura **Estadística**. El acceso a estos archivos está disponible a través de:

http://www.tutoruniversitario.com/

Si Usted requiere la resolución de ejercicios adicionales acerca de este tema o asignatura, contáctenos a través del WhatsApp disponible en nuestra página web.