Example 8-1 from Prem Mann. Seventh Edition. Page 346.

Una editorial acaba de publicar un nuevo libro de texto universitario. Antes de que la empresa decida el precio al que venderá este libro de texto, quiere saber el precio promedio de todos esos libros de texto en el mercado. El departamento de investigación de la empresa tomó una muestra de 25 libros de texto comparables y recopiló información sobre sus precios. Esta información produjo un precio medio de $145 para esta muestra. Se sabe que la desviación estándar de los precios de todos estos libros de texto es $35 y la población de dichos precios es normal.

a) ¿Cuál es la estimación puntual del precio medio de todos esos libros de texto universitarios?

b) Construya un intervalo de confianza del 90% para el precio medio de todos esos libros de texto universitarios.

A publishing company has just published a new college textbook. Before the company decides the price at which to sell this textbook, it wants to know the average price of all such textbooks in the market. The research department at the company took a sample of 25 comparable textbooks and collected information on their prices. This information produced a mean price of $145 for this sample. It is known that the standard deviation of the prices of all such textbooks is $35 and the population of such prices is normal.

a) What is the point estimate of the mean price of all such college textbooks?

b) Construct a 90% confidence interval for the mean price of all such college textbooks.

Solución.

Variable: Precio de los libros en el mercado

Tamaño de la muestra: $n = 25$

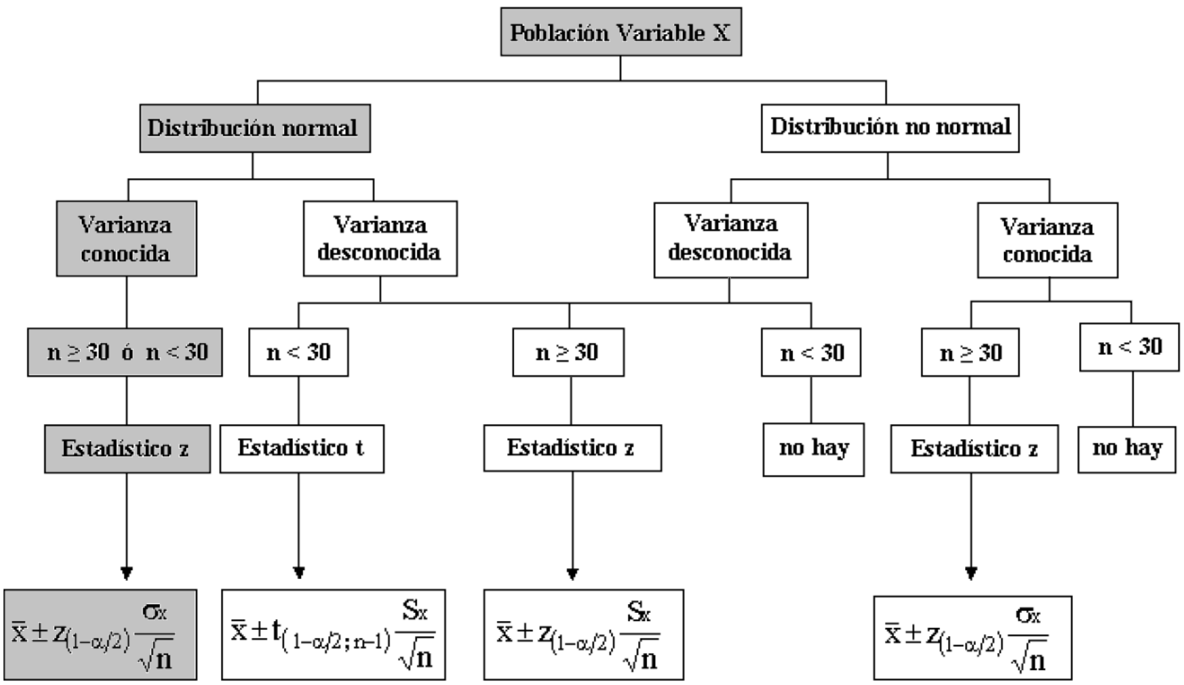
Media muestral: $\overline{X} = \$145$

Desviación estándar poblacional: $\sigma = \$35$

Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0.90$

a) Se sabe que la media de la muestra es de \$145. De ahí que la mejor estimación del valor de población sea el estadístico de la muestra correspondiente. Por consiguiente, la media de la muestra de \$145 constituye un estimador puntual de la media poblacional desconocida.

b) Distribución a utilizar.



El intervalo de confianza para la media puede expresarse en cualquiera de las cuatro formas siguientes:

μ: $\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{X}}$, con $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (Error estándar de la media) (1)

μ: $\bar{X} \pm E$, con $E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (Margen de error) (2)

μ: $\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (3)

$$X - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le X + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

Se ilustrará el cálculo con las cuatro formas presentadas, sin embargo, el uso de sólo una es suficiente para obtener la solución del problema.

Determinación de $z_{\alpha/2}$.

Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0.90$.

$1 - \alpha = 0.90$

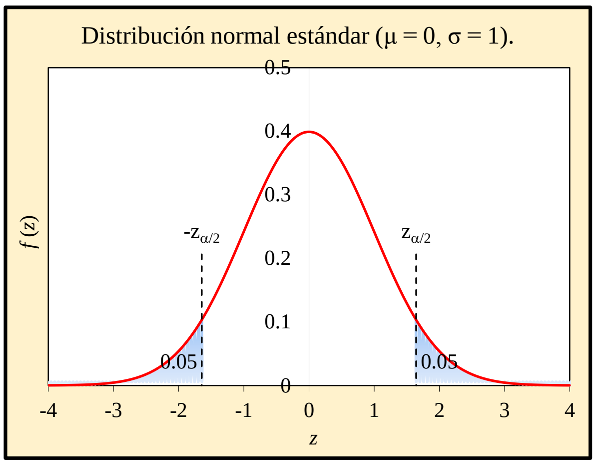
$\alpha = 1 - 0.90$

$\alpha = 0.10$

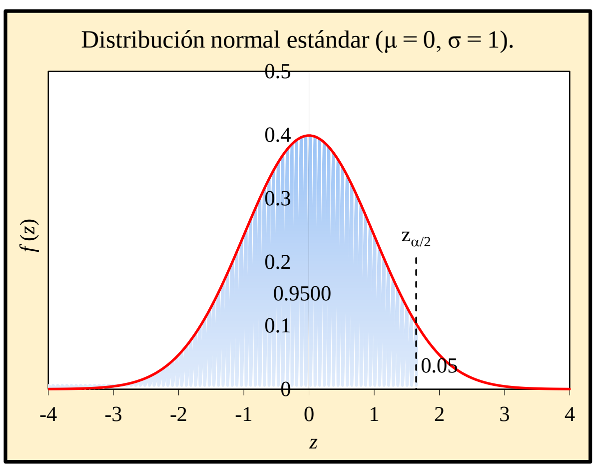
$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2}$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.05$$

$z_{\alpha/2} = z_{0.05}$ es el valor de z que tiene un área de 0.05 a la derecha.



El área acumulada a la izquierda es $1 - 0.05 = 0.9500$.



Técnicamente, el valor de z se determina como $P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0.9500$.

En palabras, z será el valor que corresponda a la probabilidad de 0.9500.

Para calcular este valor, se reproduce parte de la tabla de la normal estándar presentada en el apéndice del libro.

Se busca el valor de 0.9500 y se identifica el valor z que se relaciona con esta probabilidad.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	$\boxed{0.9505}$	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

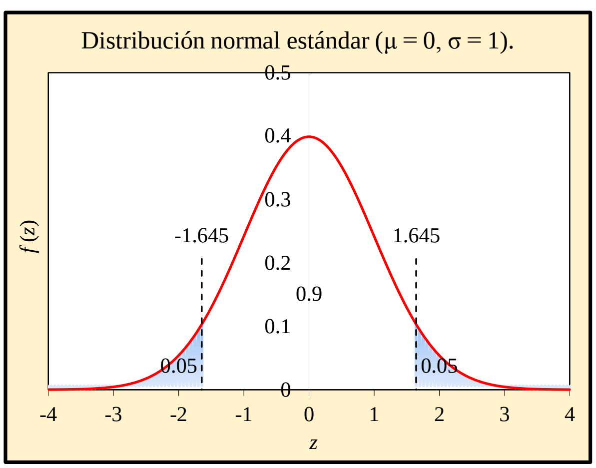
No encontramos 0.9500 exactamente. Los valores más cercanos son los que corresponden a 0.9495 (z = 1.64) y 0.9505 (z = 1.65). Se aplica interpolación lineal.

Probabilidad	z
0.9495	1.64
0.9500	z
0.9505	1.65

$$\frac{z-1.64}{1.65-1.64}=\frac{0.9500-0.9495}{0.9505-0.9495}$$

$$z=\left(\frac{0.9500-0.9495}{0.9505-0.9495}\right)(1.65-1.64)+1.64$$

$z_{\alpha/2}$ = 1.645



Determinación del intervalo de confianza.

Primer mecanismo de solución. Ecuación (1).

μ: $\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{X}}$

Error estándar de la media.

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{35}{\sqrt{25}}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{35}{5}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = 7$$

Intervalo de confianza.

μ: 145 ± 1.645 × 7

μ: 145 ± 11.52

Límite inferior de confianza.

LIC = 145 – 11.52 = 133.48

Límite superior de confianza.

LSC = 145 + 11.52 = 156.52

Intervalo de confianza.

$ 133.48 ≤ μ ≤ $ 156.52

Segundo mecanismo de solución. Ecuación (2).

μ: $\bar{X} \pm E$

Margen de error.

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$E = 1.645 \times \frac{35}{\sqrt{25}}$$

$$E = 1.645 \times \frac{35}{5}$$

$E = 1.645 \times 7$

$E = 11.52$

Intervalo de confianza.

μ: 145 ± 11.52

Límite inferior de confianza.

$LIC = 145 - 11.52 = 133.48$

Límite superior de confianza.

$LSC = 145 + 11.52 = 156.52$

Intervalo de confianza.

$\$\ 133.48 \leq \mu \leq \$\ 156.52$

Tercer mecanismo de solución. Ecuación (3).

$$\mu:\ \bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\mu:\ 145 \pm 1.645 \times \frac{35}{\sqrt{25}}$$

$$\mu:\ 145 \pm 1.645 \times \frac{35}{5}$$

μ: $145 \pm 1.645 \times 7$

μ: 145 ± 11.52

Límite inferior de confianza.

$LIC = 145 - 11.52 = 133.48$

Límite superior de confianza.

$LSC = 145 + 11.52 = 156.52$

Intervalo de confianza.

$\$\ 133.48 \leq \mu \leq \$\ 156.52$

Cuarto mecanismo de solución. Ecuación (4).

$$\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$145 - 1.645 \times \frac{35}{\sqrt{25}} \le \mu \le 145 + 1.645 \times \frac{35}{\sqrt{25}}$$

$$145 - 1.645 \times \frac{35}{5} \le \mu \le 145 + 1.645 \times \frac{35}{5}$$

$145 – 1.645 \times 7 \le \mu \le 145 + 1.645 \times 7$

$145 – 11.52 \le \mu \le 145 + 11.52$

$133.48 \le \mu \le 156.52$

Límite inferior de confianza.

$LIC = 106.7$

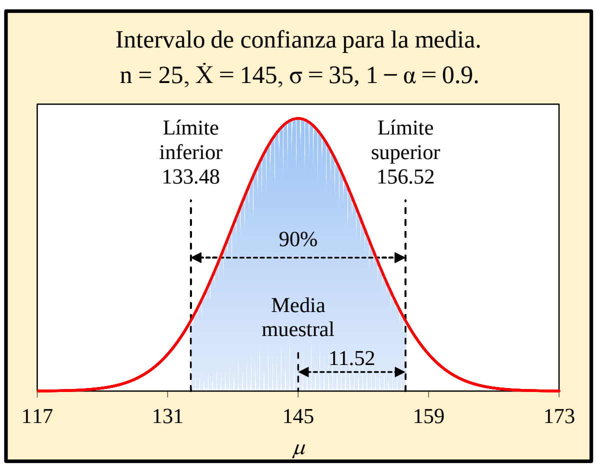
Límite superior de confianza.

$LSC = 113.3$

Intervalo de confianza.

$\$ 133.48 \le \mu \le \$ 156.52$

Gráfico del intervalo de confianza.



Interpretación práctica del intervalo de confianza.

Tenemos una confianza del 90% de que el intervalo de \$133.48 a \$156.52 contiene el valor verdadero del precio promedio de todos los libros μ.

Interpretación probabilística del intervalo de confianza.

Si seleccionáramos diferentes muestras aleatorias y construyéramos los correspondientes intervalos de confianza, el 90% contendría el valor verdadero del precio promedio de todos los libros μ.

Este ejercicio forma parte de una serie de ejercicios resueltos paso a paso acerca del tema **Estimación de Parámetros e Intervalos de Confianza,** perteneciente a la asignatura **Estadística**. El acceso a estos archivos está disponible a través de:

http://www.tutoruniversitario.com/

Si Usted requiere la resolución de ejercicios adicionales acerca de este tema o asignatura, contáctenos a través del WhatsApp disponible en nuestra página web.