

Example 1 from Shafer - Zhang. Page 330.

Encuentre el número $z_{\alpha/2}$ necesario para construir un intervalo de confianza:

- cuando el nivel de confianza sea del 90%;
- cuando el nivel de confianza es del 99%.

Find the number $z_{\alpha/2}$ needed in construction of a confidence interval:

- when the level of confidence is 90%;
- when the level of confidence is 99%.

Solución.

Determinación de $z_{\alpha/2}$.

a) Determinación de $z_{\alpha/2}$.

Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0.90$.

$$1 - \alpha = 0.90$$

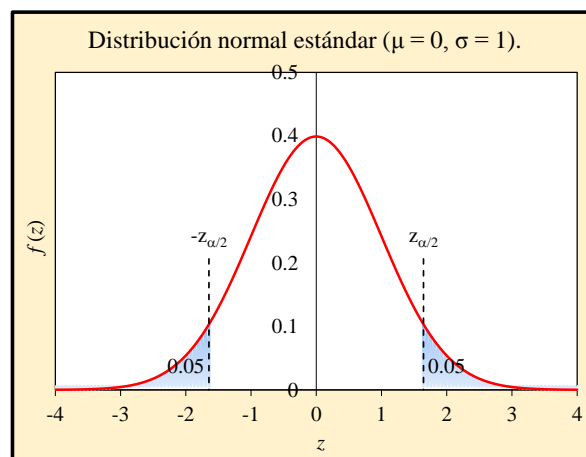
$$\alpha = 1 - 0.90$$

$$\alpha = 0.10$$

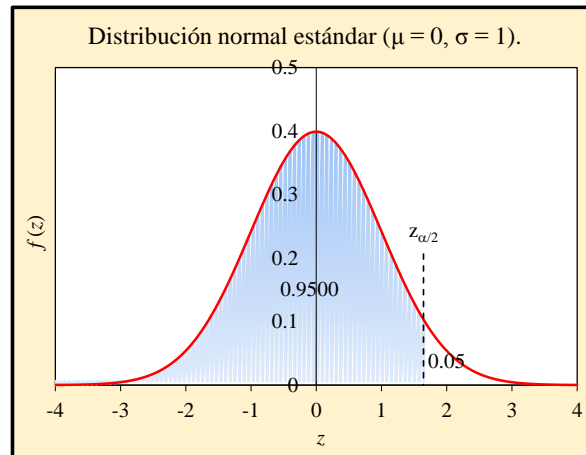
$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2}$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.05$$

$z_{\alpha/2} = z_{0.05}$ es el valor de z que tiene un área de 0.05 a la derecha.



El área acumulada a la izquierda es $1 - 0.05 = 0.9500$.



Técnicamente, el valor de z se determina como $P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0.9500$.

En palabras, z será el valor que corresponda a la probabilidad de 0.9500.

Para calcular este valor, se reproduce parte de la tabla de la normal estándar presentada en el apéndice del libro.

Se busca el valor de 0.9500 y se identifica el valor z que se relaciona con esta probabilidad.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
...
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
...

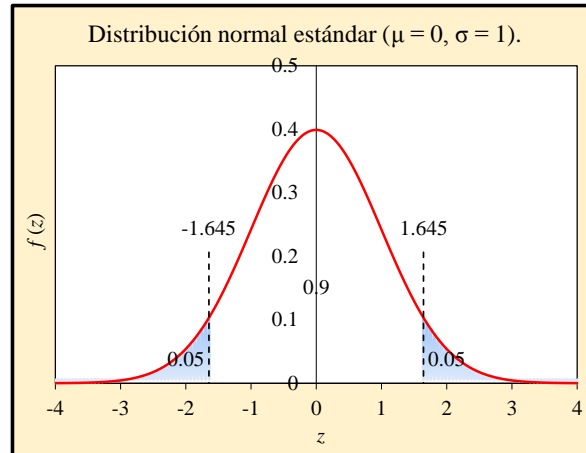
No encontramos 0.9500 exactamente. Los valores más cercanos son los que corresponden a 0.9495 ($z = 1.64$) y 0.9505 ($z = 1.65$). Se aplica interpolación lineal.

Probabilidad	z
0.9495	1.64
0.9500	z
0.9505	1.65

$$\frac{z - 1.64}{1.65 - 1.64} = \frac{0.9500 - 0.9495}{0.9505 - 0.9495}$$

$$z = \left(\frac{0.9500 - 0.9495}{0.9505 - 0.9495} \right) (1.65 - 1.64) + 1.64$$

$$z_{\alpha/2} = 1.645$$



b) Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0.99$.

$$1 - \alpha = 0.99$$

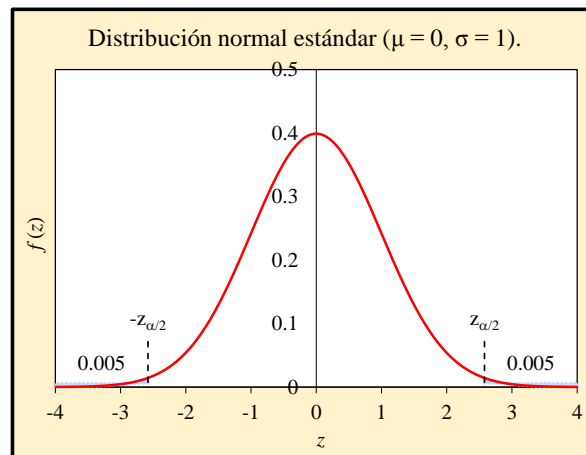
$$\alpha = 1 - 0.99$$

$$\alpha = 0.01$$

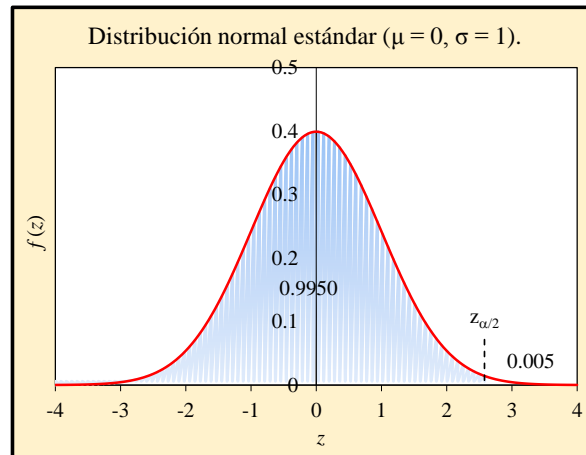
$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.01}{2}$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.005$$

$z_{\alpha/2} = z_{0.005}$ es el valor de z que tiene un área de 0.005 a la derecha.



El área acumulada a la izquierda es $1 - 0.005 = 0.9950$.



Técnicamente, el valor de z se determina como $P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0.9950$.

En palabras, z será el valor que corresponda a la probabilidad de 0.9500.

Para calcular este valor, se reproduce parte de la tabla de la normal estándar presentada en el apéndice del libro.

Se busca el valor de 0.9950 y se identifica el valor z que se relaciona con esta probabilidad.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
...
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
...

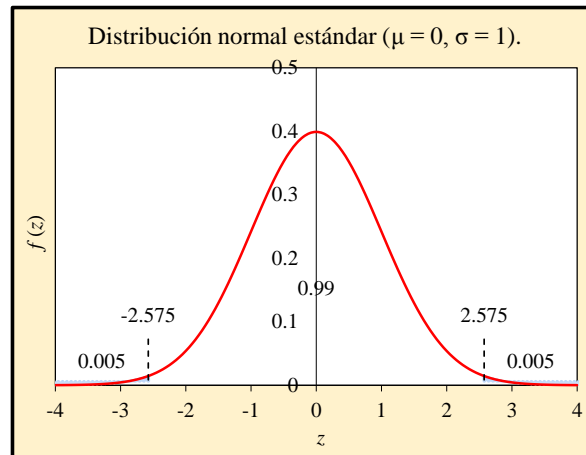
No encontramos 0.9950 exactamente. Los valores más cercanos son los que corresponden a 0.9949 ($z = 2.57$) y 0.9951 ($z = 2.58$). Se aplica interpolación lineal.

Probabilidad	z
0.9949	2.57
0.9950	z
0.9951	2.58

$$\frac{z - 2.57}{2.58 - 2.57} = \frac{0.9950 - 0.9949}{0.9951 - 0.9949}$$

$$z = \left(\frac{0.9950 - 0.9949}{0.9951 - 0.9949} \right) (2.58 - 2.57) + 2.57$$

$$z_{\alpha/2} = 2.575$$



Este ejercicio forma parte de una serie de ejercicios resueltos paso a paso acerca del tema **Estimación de Parámetros e Intervalos de Confianza**, perteneciente a la asignatura **Estadística**. El acceso a estos archivos está disponible a través de:

<http://www.tutoruniversitario.com/>

Si Usted requiere la resolución de ejercicios adicionales acerca de este tema o asignatura, contáctenos a través del WhatsApp disponible en nuestra página web.