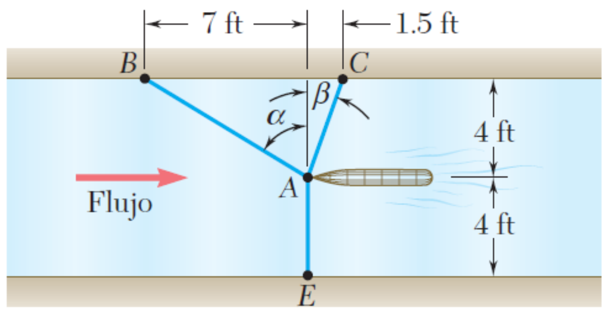
Cuerpos sometidos a más de tres fuerzas.

Ejemplo 1.38. Problema resuelto 2.6 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 39.

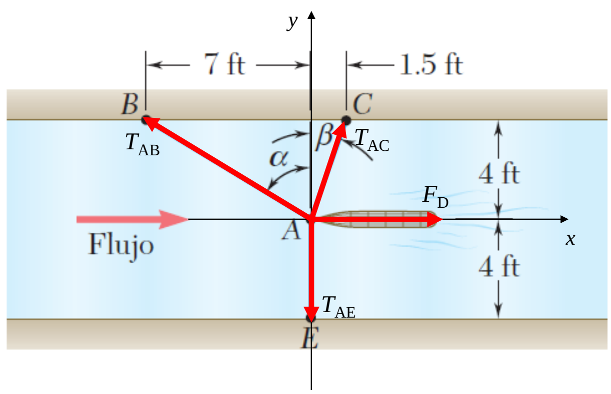
Problema resuelto 2.6 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 33.

Como parte del diseño de un nuevo velero, se desea determinar la fuerza de arrastre que puede esperarse a cierta velocidad. Para hacerlo, se coloca un modelo del casco propuesto en un canal de prueba y se usan tres cables para mantener su proa en el eje del centro del canal. Las lecturas de los dinamómetros indican que para una velocidad dada la tensión es de 40 lb en el cable *AB* y de 60 lb en el cable *AE*. Determine la fuerza de arrastre ejercida sobre el casco y la tensión en el cable *AC*.



Solución.

En la figura siguiente se muestra el diagrama del cuerpo libre:



Cálculo de los ángulos α y β.

$$\tan\alpha = \frac{7}{4}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{7}{4}\right)$$

$\alpha = 60.26°$

$\tan\beta = \frac{1.5}{4}$

$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{1.5}{4}\right)$

$\beta = 20.56°$

Puesto que la velocidad de arrastre es constante, la fuerza resultante sobre el velero es nula.

Fuerza resultante en el eje horizontal.

$F_{Rx} = \sum F_x = 0$

$F_D + T_{AC}\,\mathrm{sen}\,\beta - T_{AB}\,\mathrm{sen}\,\alpha = 0$

$F_D + T_{AC}\,\mathrm{sen}\,20.56° - 40\,\mathrm{sen}\,60.26° = 0$ (1)

Fuerza resultante en el eje vertical.

$F_{Ry} = \sum F_y = 0$

$T_{AC}\cos\beta + T_{AB}\cos\alpha - T_{AE} = 0$

$T_{AC}\cos 20.56° + 40\cos 60.26° - 60 = 0$

$T_{AC} = \frac{60 - 40\cos 60.26°}{\cos 20.56°}$

T_{AC} = 42.89 lb

Fuerza de arrastre.

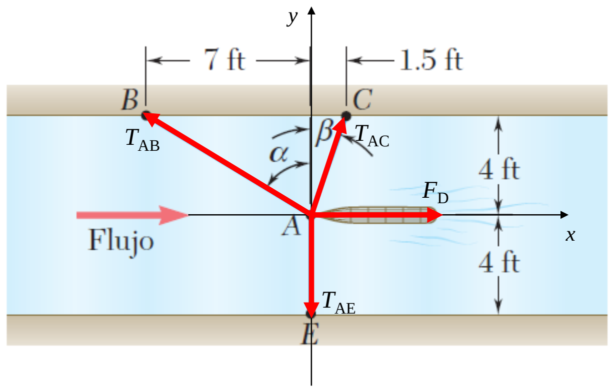
De la ecuación (1):

$F_D = 40\,\mathrm{sen}\,60.26° - T_{AC}\,\mathrm{sen}\,20.56°$

$F_D = 40\,\mathrm{sen}\,60.26° - 42.89\,\mathrm{sen}\,20.56°$

F_D = 19.67 lb

Una forma alterna de resolver este problema es mediante la descomposición de fuerzas en sus componentes rectangulares.



Condición de equilibrio:

$$\sum F = 0$$

$$F_D + T_{AC} + T_{AB} + T_{AE} = 0$$

Fuerzas individuales:

$$F_D = F_D\, i$$

$$T_{AC} = T_{AC} \text{ sen } \beta\, i + T_{AC} \cos \beta\, j$$

$$T_{AB} = -T_{AB} \text{ sen } \alpha\, i + T_{AB} \cos \alpha\, j$$

$$T_{AE} = -T_{AE}\, j$$

Al sustituir en la fórmula de la condición de equilibrio:

$$(F_D\, i) + (T_{AC} \text{ sen } \beta\, i + T_{AC} \cos \beta\, j) + (-T_{AB} \text{ sen } \alpha\, i + T_{AB} \cos \alpha\, j) + (-T_{AE}\, j) = 0$$

Al simplificar los paréntesis:

$$F_D\, i + T_{AC} \text{ sen } \beta\, i + T_{AC} \cos \beta\, j - T_{AB} \text{ sen } \alpha\, i + T_{AB} \cos \alpha\, j - T_{AE}\, j = 0$$

Se agrupan las componentes:

$$(F_D + T_{AC} \text{ sen } \beta - T_{AB} \text{ sen } \alpha)\, i + (T_{AC} \cos \beta + T_{AB} \cos \alpha - T_{AE})\, j = 0$$

Puesto que el vector resultante debe ser nulo, ambas componentes son iguales a cero.

$$F_D + T_{AC} \text{ sen } \beta - T_{AB} \text{ sen } \alpha = 0$$

$$T_{AC} \cos \beta + T_{AB} \cos \alpha - T_{AE} = 0$$

Al sustituir valores:

$$F_D + T_{AC} \text{ sen } 20.56° - 40 \text{ sen } 60.26° = 0 \quad (1)$$

$$T_{AC}\cos 20.56° + 40\cos 60.26° - 60 = 0 \quad (2)$$

De la ecuación (2):

$$T_{AC} = \frac{60 - 40\cos 60.26°}{\cos 20.56°}$$

T_{AC} = 42.89 lb

De la ecuación (1):

$$F_D = 40\,\text{sen}\,60.26° - T_{AC}\,\text{sen}\,20.56°$$

$$F_D = 40\,\text{sen}\,60.26° - 42.89\,\text{sen}\,20.56°$$

F_D = 19.67 lb