


PROBLEMAS RESUELTOS DE

MECÁNICA VECTORIAL (ESTÁTICA).

PARA ESTUDIANTES DE INGENIERÍA, CIENCIA Y TECNOLOGÍA.

CAPÍTULO 2: CUERPOS RÍGIDOS. SISTEMAS EQUIVALENTES DE FUERZAS.

MOMENTO DE UNA FUERZA CON RESPECTO A UN EJE DADO.

Ing. Willians Medina.

Maturín, marzo de 2022.

CONTENIDO.

A continuación encontrarás los fundamentos teóricos, algunos ejemplos resueltos paso a paso así como una serie de ejercicios que se encuentran resueltos en www.tutoruniversitario.com/. Puedes dar click donde dice "VER SOLUCIÓN" e irás directamente al lugar donde se encuentra el ejercicio resuelto en nuestro site.

2.3.- MOMENTO DE UNA FUERZA CON RESPECTO A UN EJE DADO.

Momento de una fuerza con respecto a un eje.

El momento de una fuerza aplicada en *A* con respecto a un eje se obtiene mediante

$$M_a = u_a.(r \times F) \qquad (6)$$

u_a: Vector unitario a lo largo del eje *aa´*.

r: Vector posición trazado desde *cualquier punto O* sobre el eje *aa´* hacia *cualquier punto A* sobre la línea de acción de la fuerza.

F: Fuerza.

$$M_a = \begin{vmatrix} u_{a_x} & u_{a_y} & u_{a_z} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \qquad (7)$$

u_{a_x}, u_{a_y}, u_{a_z}: Componentes *x*, *y*, *z* del vector unitario que define la dirección del eje *aa´*.

x, *y*, *z*: Componentes *x*, *y*, *z* del vector posición trazado desde *cualquier punto O* sobre el eje *aa´* hacia *cualquier punto A* sobre la línea de acción de la fuerza.

F_x, F_y, F_z: Componentes *x*, *y*, *z* del vector fuerza *F*.

El momento M_a de *F* con respecto a *aa´* mide la tendencia de la fuerza *F* de impartirle al cuerpo rígido un movimiento de rotación alrededor del eje fijo *aa´*.

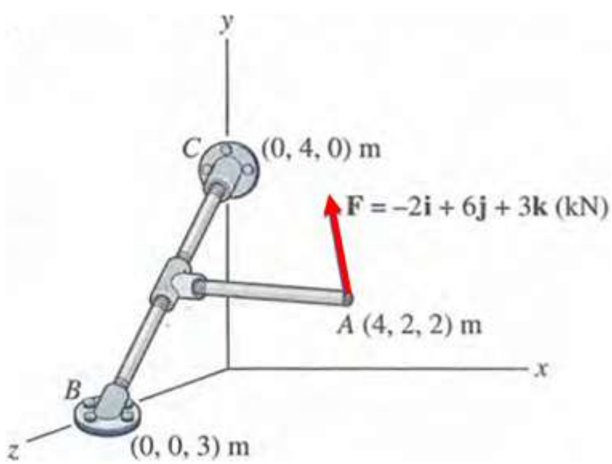
Dado que el vector posición es trazado desde cualquier punto sobre el eje hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza, en ocasiones, existen varias configuraciones de vectores que permiten calcular el momento de una fuerza con respecto a un eje. El vector unitario del eje y el vector fuerza son únicos, pero el vector posición desde el eje hacia la línea de acción de la fuerza es variante. En este sentido, a la hora de calcular el momento, se elige la configuración más sencilla, dándose prioridad a las siguientes:

- Configuración donde el vector posición esté a lo largo de un eje de coordenadas.
- Configuración donde el vector posición esté sobre uno de los planos coordenados.
- Configuración donde el punto inicial (o final) del vector posición sea el origen de coordenadas.

Debe hacerse notar que las formas convenientes discutidas en el párrafo anterior sólo permiten reducir el número de operaciones matemáticas para obtener el momento con respecto a un eje, sin embargo, cualquier configuración válida conduce al cálculo apropiado de dicho momento.

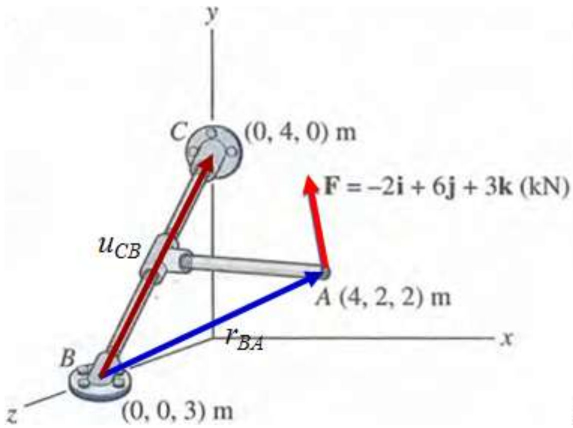
Ejemplo 2.96. Ejemplo 4.8 del Bedford. Página 154.

¿Qué valor tiene el momento de la fuerza F mostrada en la figura respecto a la barra *BC*?

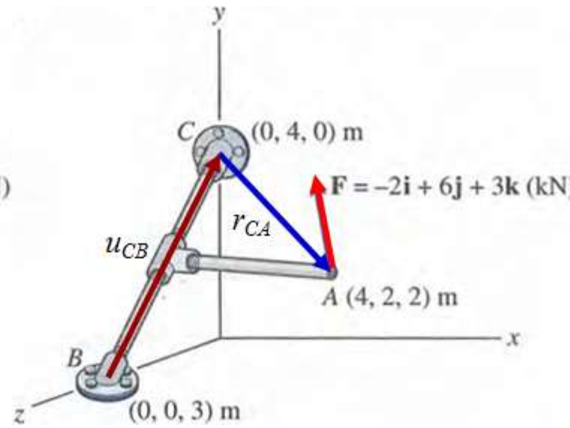


Solución.

El vector unitario sobre el eje *BC* es único y se conocen dos puntos sobre el mismo (*B* y *C*), mientras que el vector fuerza F también es único y se conoce sólo un punto sobre su línea de acción (*A*). Dado que el vector posición debe ser trazado desde cualquier punto sobre el eje (*B* o *C*) hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza (*A*), existen dos configuraciones vectoriales que permiten determinar el momento con respecto al eje *BC*.

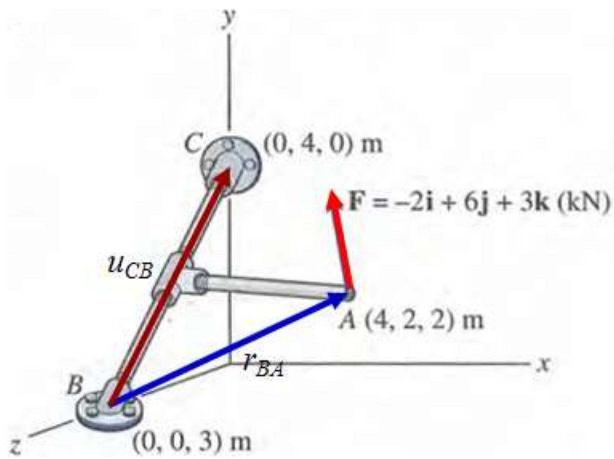


$$M_{BC} = u_{CB} . r_{BA} \times F$$



$$M_{BC} = u_{CB} . r_{CA} \times F$$

Se ha elegido la siguiente configuración de vectores para el cálculo del momento.



$$M_{BC} = u_{CB} . r_{CA} \times F$$

Vector unitario sobre el eje.

Coordenadas del punto *B*: *B* (0 , 0 , 3)

Coordenadas del punto *C*: *C* (0 , 4 , 0)

Vector sobre el eje.

$BC = (0 - 0)\, i + (4 - 0)\, j + (0 - 3)\, k$

$BC = 0i + 4\,j - 3k$

Módulo del vector sobre el eje.

$$\| BC \| = \sqrt{(0)^2 + (4)^2 + (-3)^2}$$

$$\| BC \| = \sqrt{0 + 16 + 9}$$

$$\|BC\| = \sqrt{25}$$

$$\|BC\| = 5$$

Vector unitario sobre el eje.

$$u_{BC} = \frac{0i + 4j - 3k}{5}$$

$u_{BC} = 0i + 0.8\,j - 0.6k$

Vector posición.

Punto sobre el eje: C (0 , 4 , 0)

Punto sobre la línea de acción de la fuerza: A (4 , 2 , 2)

$r_{CA} = (4 - 0)i + (2 - 4)\,j + (2 - 0)\,k$

$r_{CA} = 4i - 2\,j + 2k$

Fuerza.

La fuerza se encuentra escrita en función de sus componentes rectangulares

$F = -2i + 6j + 3k$

Momento.

$$M_{BC} = \begin{vmatrix} 0 & 0.8 & -0.6 \\ 4 & -2 & 2 \\ -2 & 6 & 3 \end{vmatrix}$$

Se duplican la primera y segunda columnas del determinante:

$$M_{BC} = \left|\begin{matrix} 0 & 0.8 & -0.6 \\ 4 & -2 & 2 \\ -2 & 6 & 3 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 0 & 0.8 \\ 4 & -2 \\ -2 & 6 \end{matrix}$$

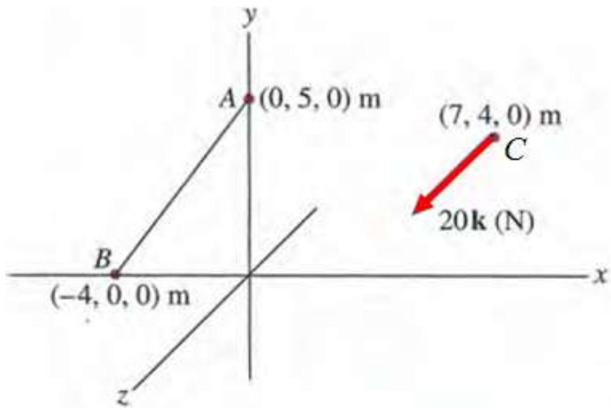
$M_{BC} = (0 - 3.2 - 14.4) - (-2.4 + 0 + 9.6)$

$M_{BC} = -17.6 - 7.2$

$M_{BC} = -24.8$ kN.m

Ejemplo 2.97. Problema 4.78 del Bedford. Página 156.

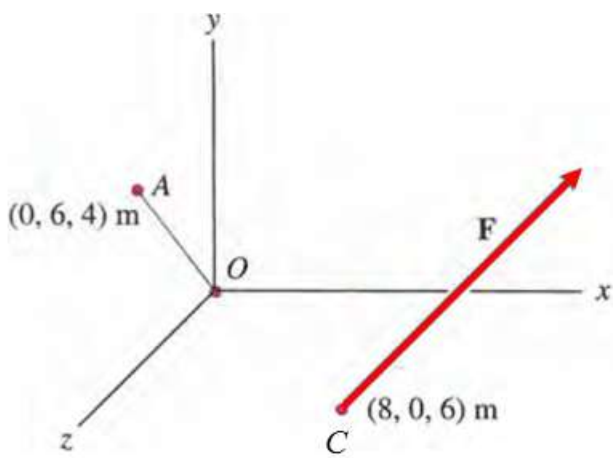
Determine el momento de la fuerza de 20 N mostrada respecto a la línea *AB*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.98. Problema 4.80 del Bedford. Página 156.

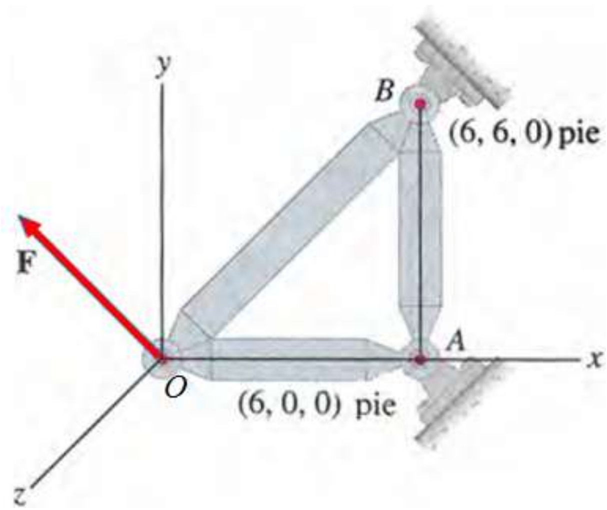
Se tiene una fuerza F = (10 i + 12 j – 6 k) N. ¿Cuál es el momento de F respecto a la línea *AO* de la figura?



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.99. Problema 4.79 del Bedford. Página 156.

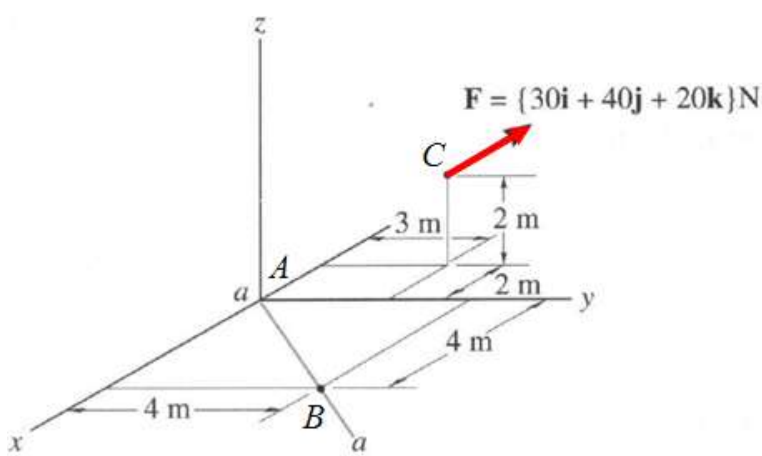
Se tiene una fuerza F = (– 10 *i* + 5 *j* – 5 *k*) klb. Determine el momento de F respecto a la línea *AB* mostrada.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.100. Problema 4.52 del Hibbeler. Décima Edición. Página 144.

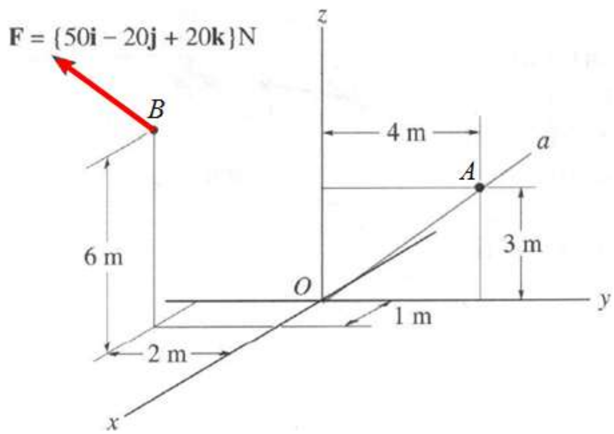
Determine el momento de la fuerza F con respecto al eje *aa*. Exprese el resultado como un vector cartesiano.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.101. Problema 4.51 del Hibbeler. Décima Edición. Página 144.

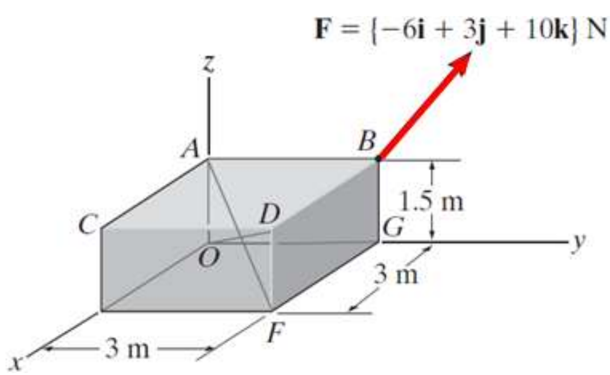
Determine el momento de la fuerza F con respecto al eje *Oa*. Exprese el resultado como un vector cartesiano.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.102. Problema 4.51 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 145.

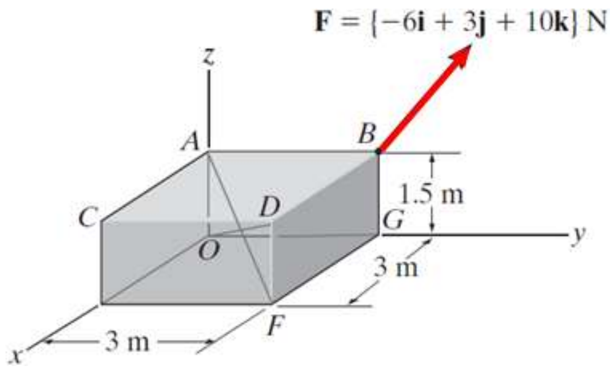
Determine el momento producido por la fuerza F con respecto a la diagonal *AF* del bloque rectangular. Exprese el resultado como un vector cartesiano.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.103. Problema 4.52 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 145.

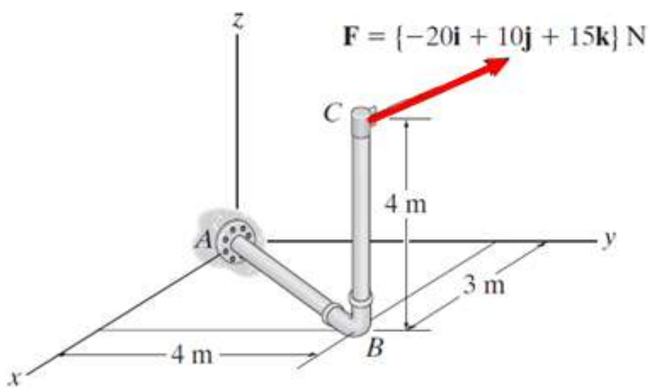
Determine el momento producido por la fuerza F con respecto a la diagonal *OD* del bloque rectangular. Exprese el resultado como un vector cartesiano.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.104. Problema 4.56 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 145.

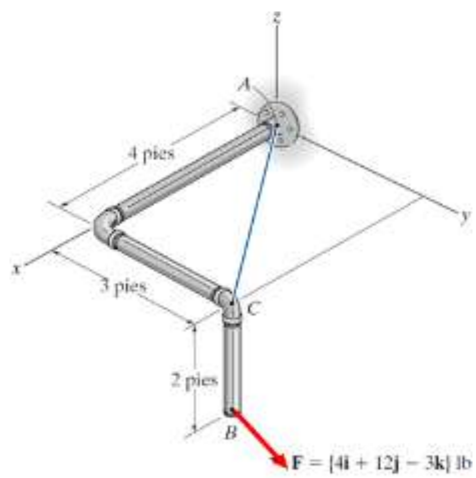
Determine el momento producido por la fuerza F con respecto al segmento *AB* del ensamble de tubos *AB*. Exprese el resultado como un vector cartesiano.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.105. Problema 4.60 del Hibbeler. Décima Edición. Página 146. Problema 4.55 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 145.

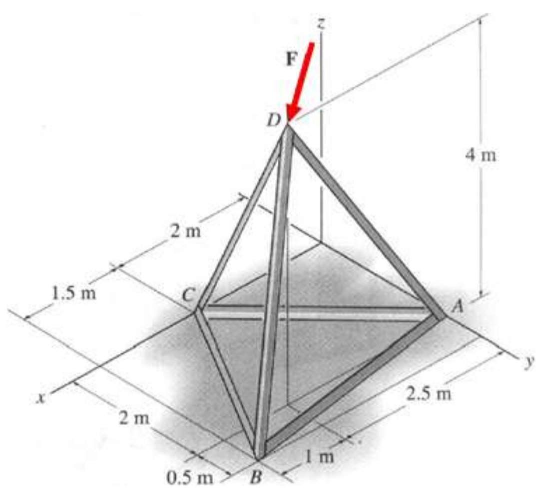
Determine el momento de la fuerza F con respecto a un eje que pasa por *A* y *C*. Exprese el resultado como un vector cartesiano.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.106. Problema 4.63 del Hibbeler. Décima Edición. Página 146.

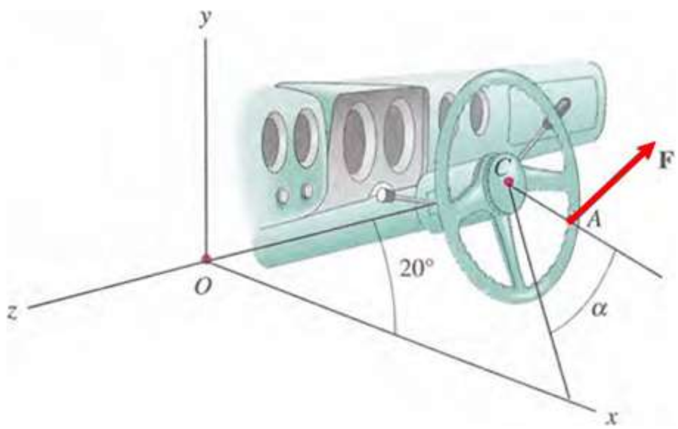
Determine la magnitud del momento de la fuerza F = (50 *i* – 20 *j* – 80 *k*) N con respecto a la línea base *CA* del trípode.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.107. Problema 4.92 del Bedford. Página 159.

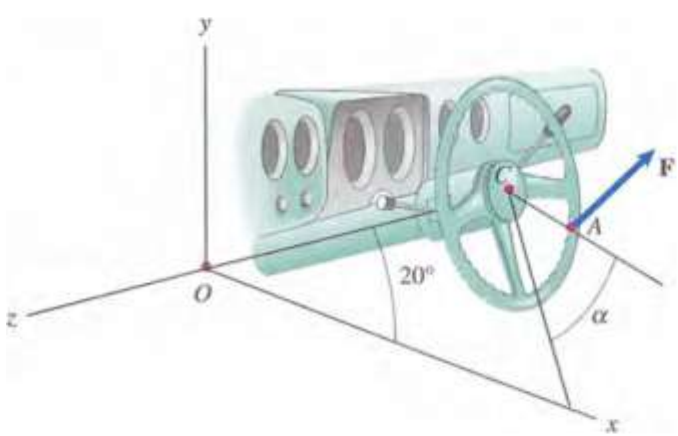
El radio de la rueda del volante mide 200 mm. La distancia de O a C es de 1 m. El centro C de la rueda del volante se encuentra en el plano x–y. El conductor ejerce una fuerza F = 10 i + 10 j – 5 k) N sobre la rueda en A. Si el ángulo $\alpha = 0$, ¿cuál es la magnitud del momento respecto al eje OC?



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.108. Problema 4.93 del Bedford. Página 159.

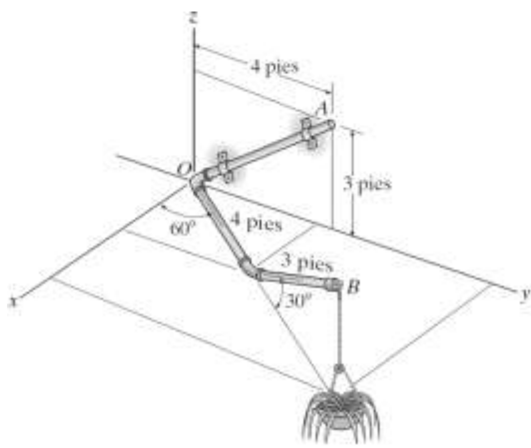
El radio de la rueda del volante mide 200 mm. La distancia de O a C es de 1 m. El centro C de la rueda del volante se encuentra en el plano x–y. El conductor ejerce una fuerza F = 10 i + 10 j – 5 k) N sobre la rueda en A. Determine el momento de F respecto a la eje OC de la rueda del volante si $\alpha = 30°$.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.109. Problema 4.68 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 147.

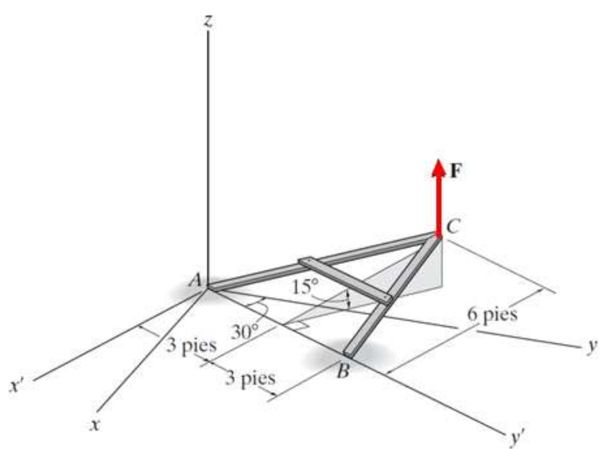
El ensamble de tubos está asegurado a la pared mediante dos soportes. Si la maceta tiene un peso de 50 lb, determine la magnitud del momento producido por el peso con respecto al eje *OA*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.110. Problema 4.63 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 147.

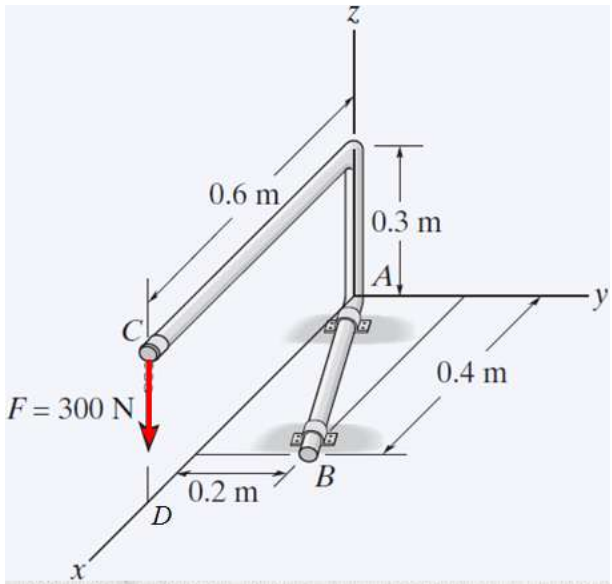
Se levanta el marco en forma de *A* a una posición perpendicular mediante la fuerza vertical de F = 80 lb. Determine el momento de esta fuerza con respecto al eje *y´* que pasa por los puntos *A* y *B* cuando el marco está en la posición mostrada.



VER SOLUCIÓN.

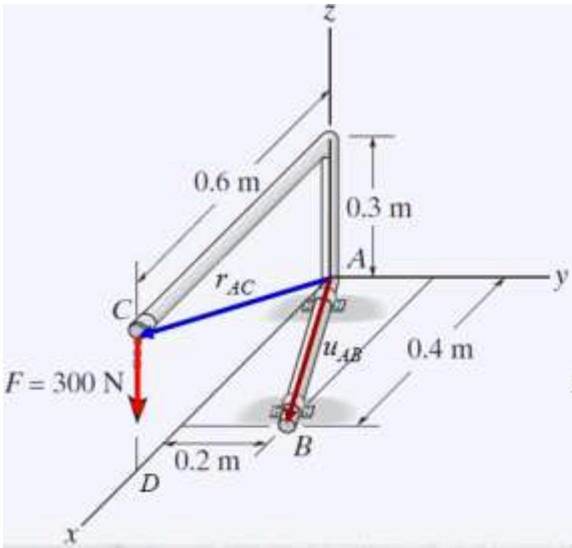
Ejemplo 2.111. Ejemplo 4.8 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 142.

Determine el momento M_{AB} producido por la fuerza F que se muestra en la figura, la cual tiende a girar la barra con respecto al eje *AB*.

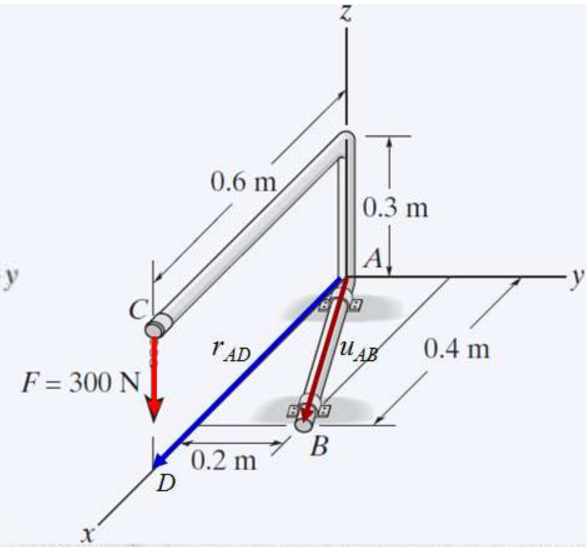


Solución.

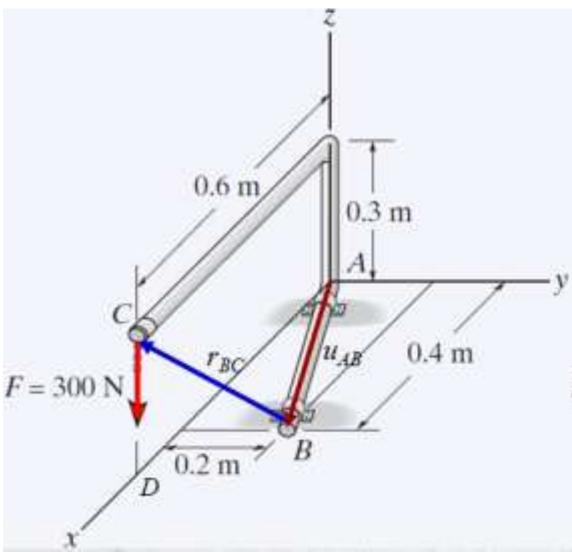
El vector unitario sobre el eje *AB* es único y se conocen dos puntos sobre el mismo (*A* y *B*), mientras que el vector fuerza F también es único y se conocen dos puntos sobre su línea de acción (*C* y *D*). Dado que el vector posición debe ser trazado desde cualquier punto sobre el eje (*A* o *B*) hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza (*C* o *D*), existen cuatro configuraciones vectoriales que permiten determinar el momento con respecto al eje *AB*.



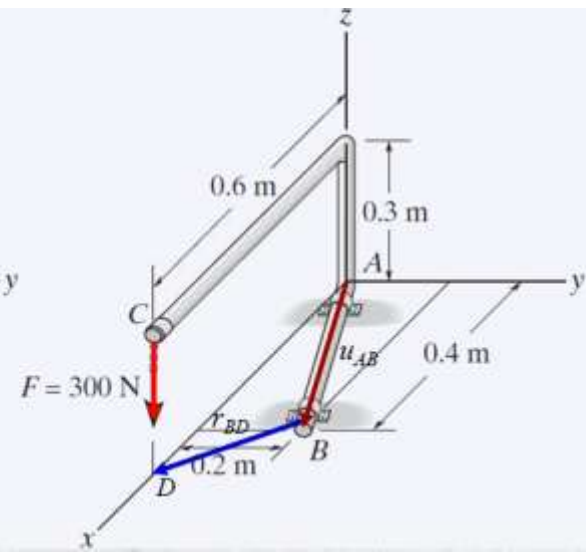
$$M_{AB} = u_{AB} \cdot r_{AC} \times F$$



$$M_{AB} = u_{AB} \cdot r_{AD} \times F$$

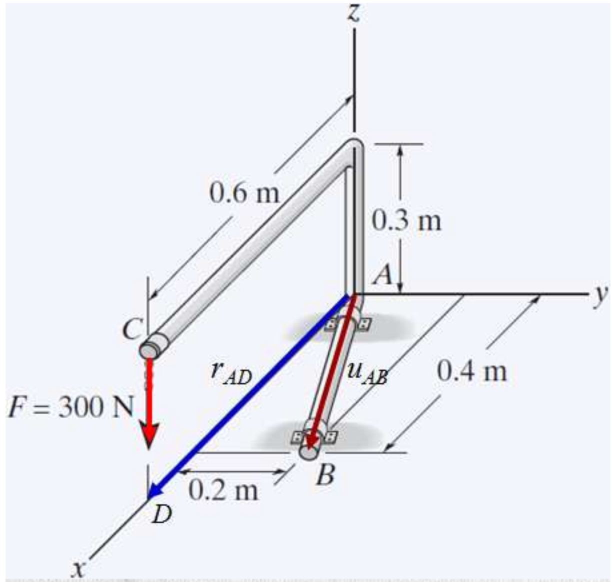


$$M_{AB} = u_{AB} \cdot r_{BC} \times F$$



$$M_{AB} = u_{AB} \cdot r_{BD} \times F$$

Se ha elegido la siguiente configuración de vectores para el cálculo del momento.



$$M_{AB} = u_{AB} \cdot r_{AD} \times F$$

Vector unitario sobre el eje.

Coordenadas del punto A: A (0 , 0 , 0)

Coordenadas del punto B: B (0.4 , 0.2 , 0)

Vector sobre el eje.

$AB = (0.4 - 0)\, i + (0.2 - 0)\, j + (0 - 0)k$

$AB = 0.4\, i + 0.2\, j + 0\, k$

Módulo del vector sobre el eje.

$$\| AB \| = \sqrt{(0.4)^2 + (0.2)^2 + (0)^2}$$

$$\| AB \| = \sqrt{0.16 + 0.04 + 0}$$

$$\| AB \| = \sqrt{0.20}$$

$$\| AB \| = 0.4472$$

Vector unitario sobre el eje.

$$u_{AB} = \frac{0.4i + 0.2\, j + 0k}{0.4472}$$

$u_{AB} = 0.8945\, i + 0.4472\, j + 0\, k$

Vector posición.

Punto sobre el eje: A (0 , 0 , 0)

Punto sobre la línea de acción de la fuerza: D (0.6 , 0 , 0)

$r_{AD} = (0.6 - 0)\,i + (0 - 0)\,j + (0 - 0)\,k$

$r_{AD} = 0.6i + 0j + 0\,k$

Fuerza.

La fuerza se encuentra escrita en función de sus componentes rectangulares

$F = 0i - 300\,j + 0\,k$

Momento.

$$M_{AB} = \begin{vmatrix} 0.8945 & 0.4472 & 0 \\ 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 300 & 0 \end{vmatrix}$$

Se duplican la primera y segunda columnas del determinante:

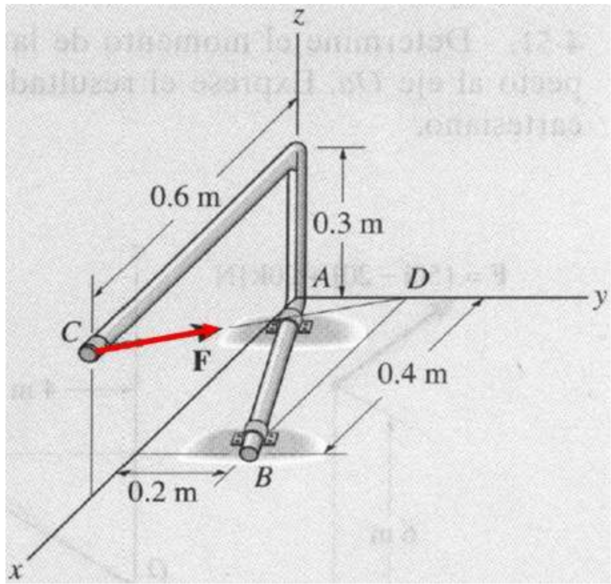
$$M_{AB} = \left|\begin{matrix} 0.8945 & 0.4472 & 0 \\ 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 300 & 0 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 0.8945 & 0.4472 \\ 0.6 & 0 \\ 0 & 300 \end{matrix}$$

$M_{AB} = (0 + 0 + 80.50) - (0 + 0 + 0)$

$M_{AB} = 80.50$ N.m

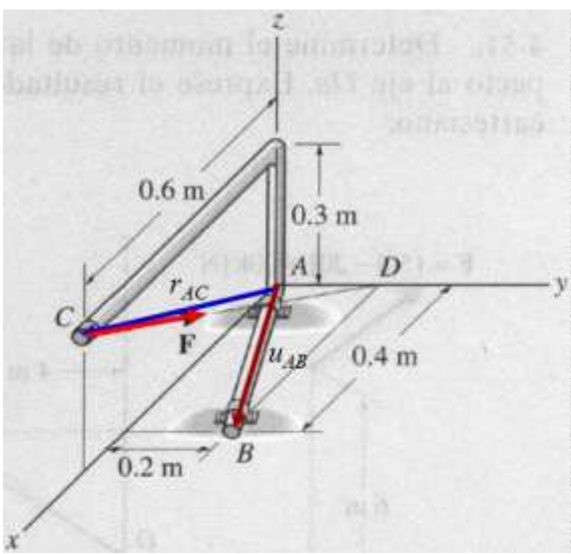
Ejemplo 2.112. Ejemplo 4.9 del Hibbeler. Décima Edición. Página 143.

La barra mostrada en la figura está sostenida por dos ménsulas situadas una en A y la otra en B. Determine el momento M_{AB} producido por $F = (-600\ i + 200\ j - 300\ k)$ N, que tiende a girar la barra con respecto al eje AB.

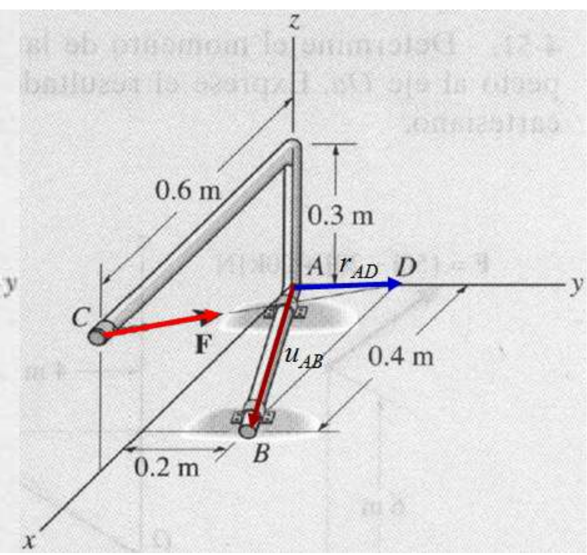


Solución.

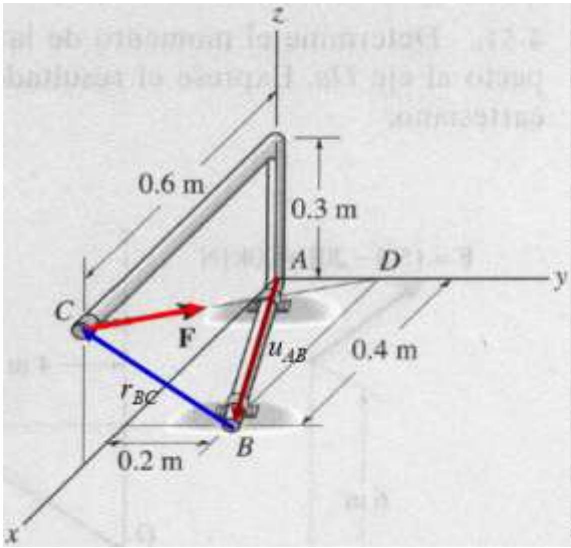
El vector unitario sobre el eje *AB* es único y se conocen dos puntos sobre el mismo (*A* y *B*), mientras que el vector fuerza F también es único y se conocen dos puntos sobre su línea de acción (*C* y *D*). Dado que el vector posición debe ser trazado desde cualquier punto sobre el eje (*A* o *B*) hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza (*C* o *D*), existen cuatro configuraciones vectoriales que permiten determinar el momento con respecto al eje *AB*.

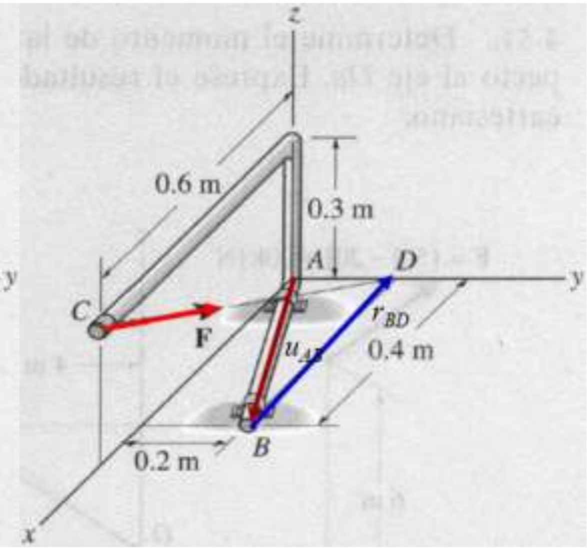


$$M_{AB} = u_{AB} . r_{AC} \times F$$



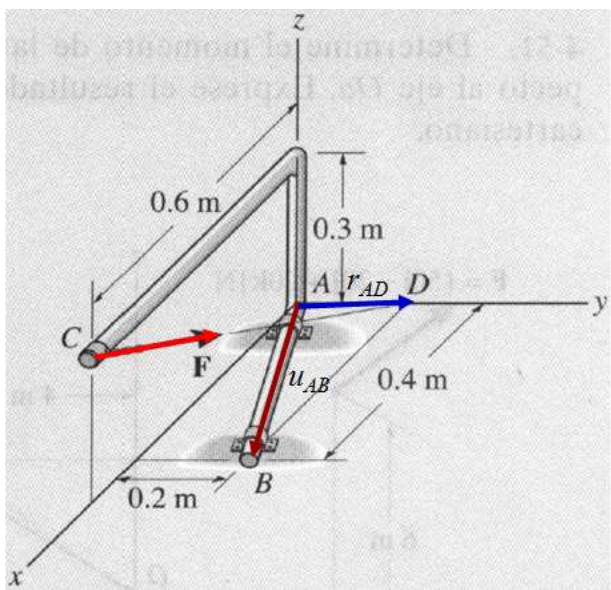
$$M_{AB} = u_{AB} . r_{AD} \times F$$





$$M_{AB} = u_{AB} . r_{BC} \times F \qquad\qquad M_{AB} = u_{AB} . r_{BD} \times F$$

Se ha elegido la siguiente configuración de vectores para el cálculo del momento.



$$M_{AB} = u_{AB} . r_{AD} \times F$$

Vector unitario sobre el eje.

Coordenadas del punto A: A (0 , 0 , 0)

Coordenadas del punto B: B (0.4 , 0.2 , 0)

Vector sobre el eje.

$AB = (0.4 – 0) \, i + (0.2 – 0) \, j + (0 – 0)k$

$AB = 0.4\, i + 0.2\, j + 0\, k$

Módulo del vector sobre el eje.

$$\| AB \| = \sqrt{(0.4)^2 + (0.2)^2 + (0)^2}$$

$$\| AB \| = \sqrt{0.16 + 0.04 + 0}$$

$$\| AB \| = \sqrt{0.20}$$

$$\| AB \| = 0.4472$$

Vector unitario sobre el eje.

$$u_{AB} = \frac{0.4 i + 0.2 j + 0 k}{0.4472}$$

$u_{AB} = 0.8945\, i + 0.4472\, j + 0\, k$

Vector posición.

Punto sobre el eje: A (0 , 0 , 0)

Punto sobre la línea de acción de la fuerza: D (0 , 0.2 , 0)

$r_{AD} = (0 - 0)\, i + (0.2 - 0)\, j + (0 - 0)\, k$

$r_{AD} = 0\, i + 0.2\, j + 0\, k$

Fuerza.

La fuerza se encuentra escrita en función de sus componentes rectangulares

$F = -600\, i + 200\, j - 300\, k$

Momento.

$$M_{AB} = \begin{vmatrix} 0.8945 & 0.4472 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ -600 & 200 & -300 \end{vmatrix}$$

Se duplican la primera y segunda columnas del determinante:

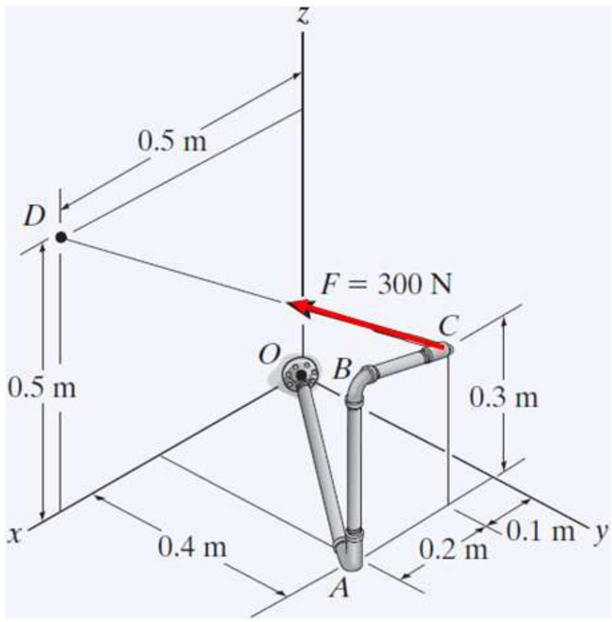
$$M_{AB} = \left| \begin{array}{ccc|cc} 0.8945 & 0.4472 & 0 & 0.8945 & 0.4472 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0.2 \\ -600 & 200 & -300 & -600 & 200 \end{array} \right.$$

$M_{AB} = (-53.67 + 0 + 0) - (0 + 0 + 0)$

$M_{AB} = -53.67$ N.m

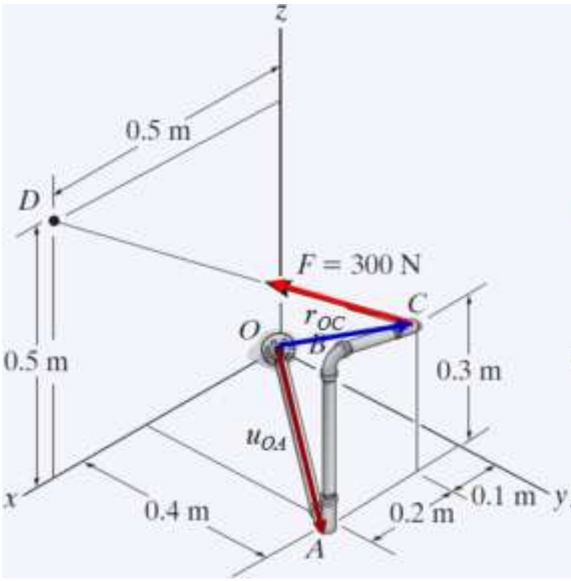
Ejemplo 2.113. Ejemplo 4.9 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 143.

Determine la magnitud del momento de la fuerza F con respecto al segmento *OA* del ensamble de tubos que se muestra en la figura.

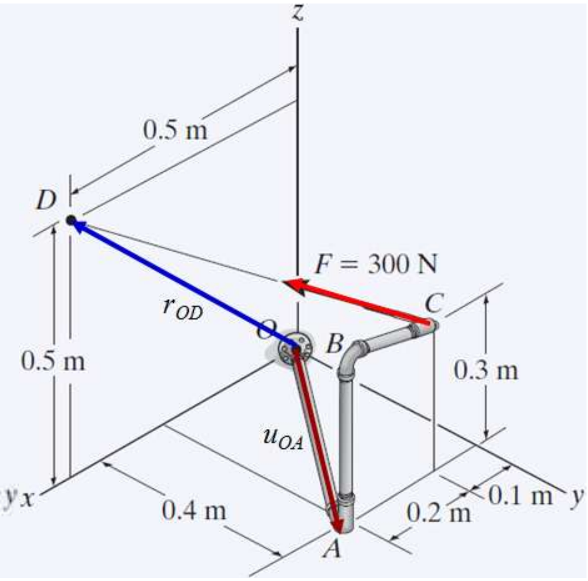


Solución.

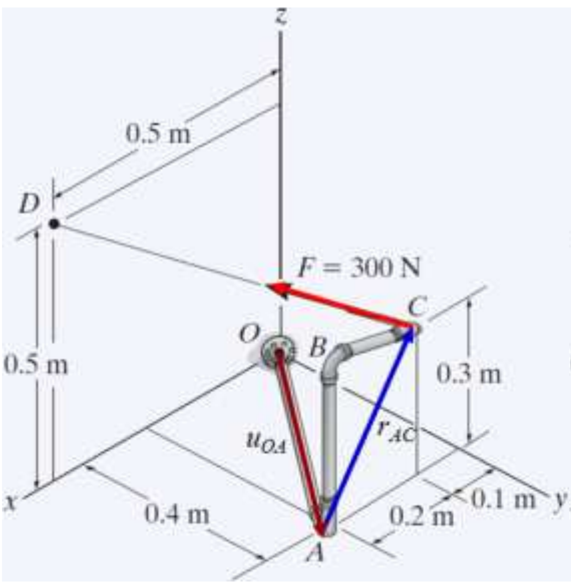
El vector unitario sobre el eje *OA* es único y se conocen dos puntos sobre el mismo (*O* y *A*), mientras que el vector fuerza F_{CD} también es único y se conocen dos puntos sobre su línea de acción (*C* y *D*). Dado que el vector posición debe ser trazado desde cualquier punto sobre el eje (*O* o *A*) hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza (*C* o *D*), existen cuatro configuraciones vectoriales que permiten determinar el momento con respecto al eje *OA*.



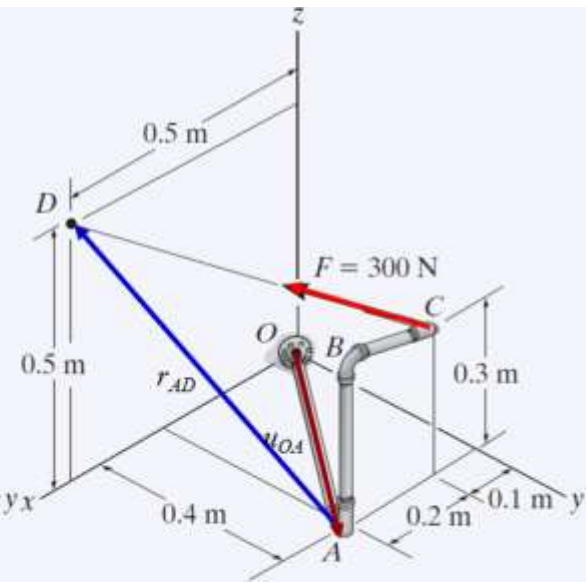
$M_{OA} = u_{OA} . r_{OC} \times F_{CD}$



$M_{OA} = u_{OA} . r_{OD} \times F_{CD}$

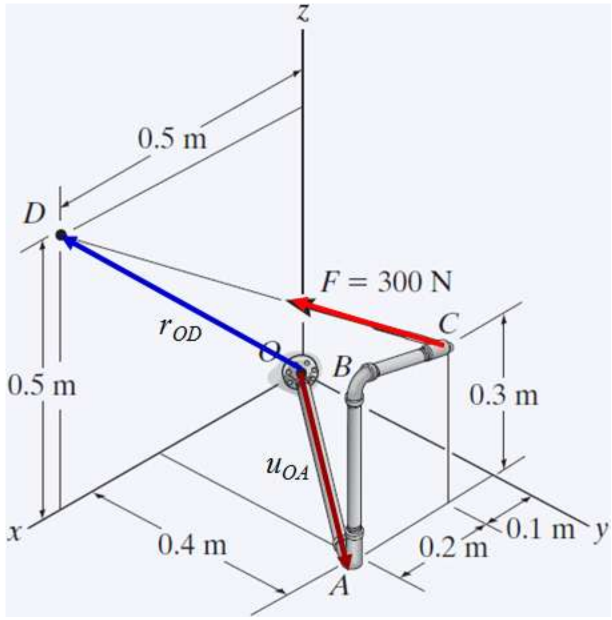


$M_{OA} = u_{OA} . r_{AC} \times F_{CD}$



$M_{OA} = u_{OA} . r_{AD} \times F_{CD}$

Se ha elegido la siguiente configuración de vectores para el cálculo del momento.



$$M_{AB} = u_{AB} . r_{AD} \times F_{CD}$$

Vector unitario sobre el eje.

Coordenadas del punto *O*: *O* (0 , 0 , 0)

Coordenadas del punto *A*: *A* (0.3 , 0.4 , 0)

Vector sobre el eje.

OA = (0.3 – 0) *i* + (0.4 – 0) *j* + (0 – 0)*k*

OA= 0.3*i* + 0.4*j* + 0 *k*

Módulo del vector sobre el eje.

$$\|OA\| = \sqrt{(0.3)^2 + (0.4)^2 + (0)^2}$$

$$\|OA\| = \sqrt{0.09 + 0.16 + 0}$$

$$\|OA\| = \sqrt{0.25}$$

$$\|OA\| = 0.5$$

Vector unitario sobre el eje.

$$u_{OA} = \frac{0.3i + 0.4\,j + 0\,k}{0.5}$$

u_{OA} = 0.6*i* + 0.8*j* + 0 *k*

Vector posición.

Punto sobre el eje: O (0 , 0 , 0)

Punto sobre la línea de acción de la fuerza: D (0.5 , 0 , 0.5)

$r_{OD} = (0.5 - 0)\, i + (0 - 0)\, j + (0.5 - 0)\, k$

$r_{OD} = 0.5i + 0\, j + 0.5k$

Fuerza.

$$F_{CD} = \| F_{CD} \| u_{CD}$$

u_{CD}: vector unitario de la dirección de la fuerza.

Coordenadas del punto C: C (0.1 , 0.4 , 0.3)

Coordenadas del punto D: D (0.5 , 0 , 0.5)

Vector CD.

$CD = (0.5 - 0.1)\, i + (0 - 0.4)\, j + (0.5 - 0.3)\, k$

$CD = 0.4\, i - 0.4\, j + 0.2\, k$

Módulo del vector CD.

$$\| CD \| = \sqrt{(0.4)^2 + (-0.4)^2 + (0.2)^2}$$

$$\| CD \| = \sqrt{0.16 + 0.16 + 0.04}$$

$$\| CD \| = \sqrt{0.36}$$

$$\| CD \| = 0.6$$

Vector unitario.

$$u_{CD} = \frac{0.4i - 0.4\, j + 0.2\, k}{0.6}$$

$u_{CD} = 0.6667\, i - 0.6667\, j + 0.3333\, k$

Fuerza.

$F_{CD} = 300\, (0.6667\, i - 0.6667\, j + 0.3333\, k)$

$F_{CD} = 200i - 200j + 100k$

Momento.

$$M_{OA}=\begin{vmatrix} 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 200 & -200 & 100 \end{vmatrix}$$

Se duplican la primera y segunda columnas del determinante:

$$M_{OA}=\left|\begin{array}{ccc|cc} 0.6 & 0.8 & 0 & 0.6 & 0.8 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 200 & -200 & 100 & 200 & -200 \end{array}\right.$$

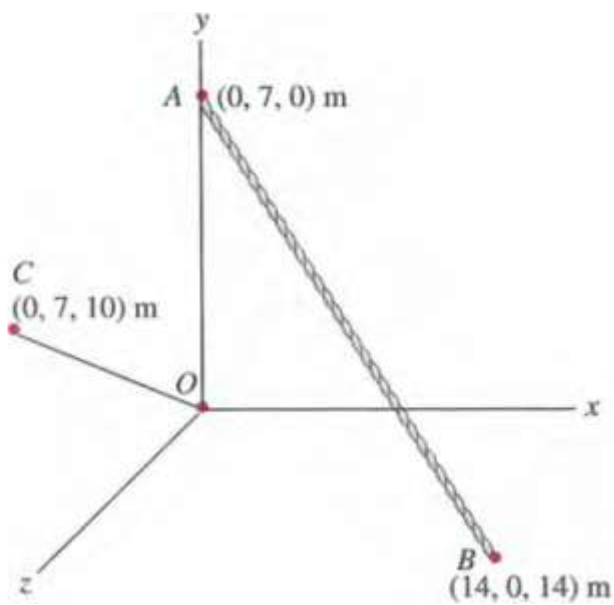
$M_{OA} = (0 + 80 + 0) – (0 –60 + 40)$

$M_{OA} = 80 – (– 20)$

$M_{OA} = 100$ N.m

Ejemplo 2.114. Problema 4.85 del Bedford. Página 158.

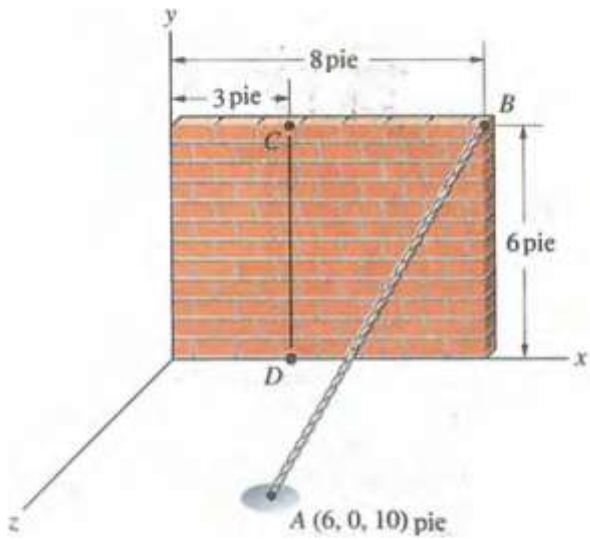
La tensión en el cable *AB* mostrado es de 50 N. Determine el momento respecto a la línea *OC* debido a la fuerza ejercida por el cable en *B*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.115. Problema 4.86 del Bedford. Página 158.

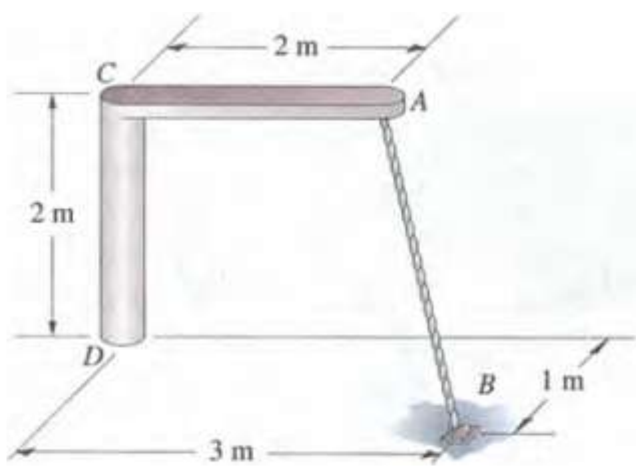
La tensión en el cable AB mostrado es de 80 lb. ¿Cuál es el momento respecto a la línea CD debido a la fuerza ejercida por el cable sobre la pared en B?



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.116. Problema 4.89 del Bedford. Página 159.

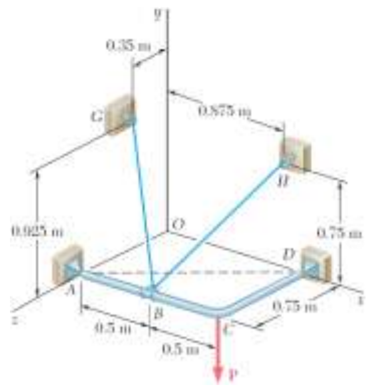
La tensión en el cable AB mostrada es de 2 kN. ¿Cuál es la magnitud del momento respecto al árbol CD debido a la fuerza ejercida por el cable en A?



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.117. Problema 3.55 del Beer – Johnston. Novena Edición.

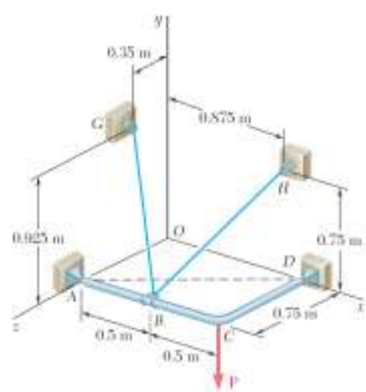
El marco *ACD* está articulado en *A* y en *D* y se sostiene por medio de un cable, el cual pasa a través de un anillo en *B* y está unido a los ganchos en *G* y *H*. Si se sabe que la tensión en el cable es de 450 N, determine el momento respecto de la diagonal *AD* de la fuerza ejercida sobre el marco por el tramo *BH* del cable.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.118. Problema 3.55 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 104.

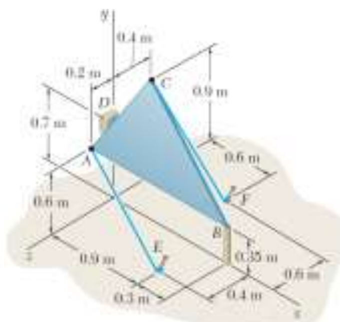
El marco *ACD* está articulado en *A* y en *D* y se sostiene por medio de un cable, el cual pasa a través de un anillo en *B* y está unido a los ganchos en *G* y *H*. Si se sabe que la tensión en el cable es de 450 N, determine el momento respecto de la diagonal *AD* de la fuerza ejercida sobre el marco por el tramo *BG* del cable.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.119. Problema 3.57 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 105. Problema 3.55 del Beer y Jhonston. Décima Edición. Página 88.

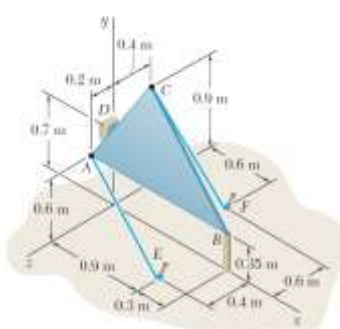
La placa triangular *ABC* se sostiene mediante soportes de rótula en *B* y *D* y se mantiene en la posición mostrada mediante los cables *AE* y *CF*. Si la fuerza ejercida por el cable *AE* en *A* es de 55 N, determine el momento de esa fuerza respecto de la línea que une los puntos *D* y *B*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.120. Problema 3.57 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 105. Problema 3.55 del Beer y Jhonston. Décima Edición. Página 88.

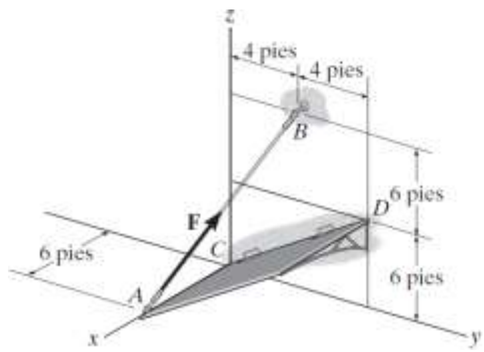
La placa triangular *ABC* se sostiene mediante soportes de rótula en *B* y *D* y se mantiene en la posición mostrada mediante los cables *AE* y *CF*. Si la fuerza ejercida por el cable *CF* en *C* es de 33 N, determine el momento de esa fuerza respecto de la línea que une los puntos *D* y *B*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.121. Problema 4.61 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 146.

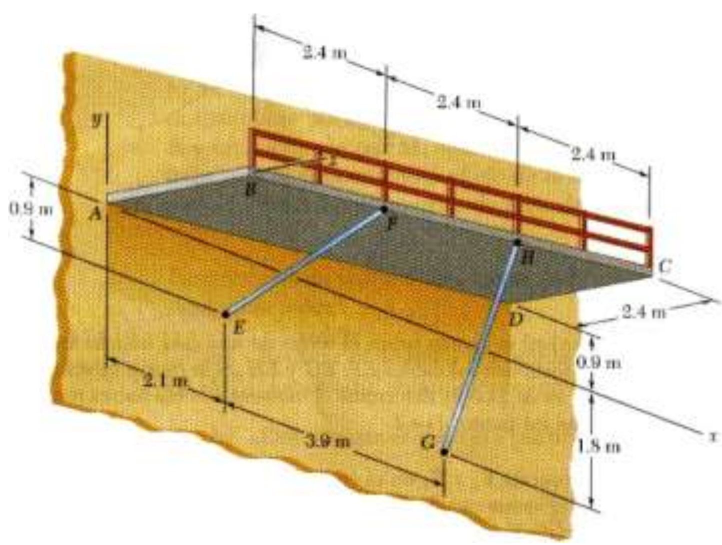
Si la tensión en el cable es F = 140 lb, determine la magnitud del momento producido por esta fuerza con respecto al eje articulado *CD*, del panel.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.122. Problema 3.55 del Beer – Johnston. Octava Edición.

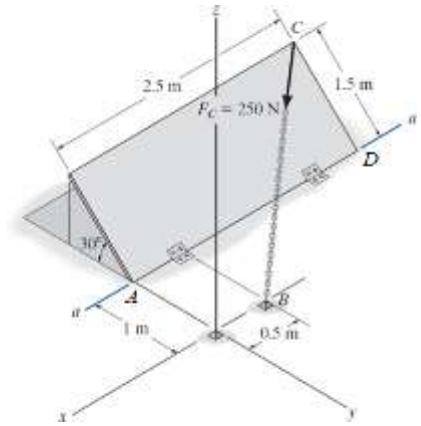
La sección *ABCD* de una pasarela inclinada en voladizo mide 2.4 m de ancho y está parcialmente sostenida por los elementos *EF* y *GH*. Si la fuerza compresiva ejercida por el elemento EF sobre la pasarela en el punto *F* es de 24.3 kN, determine el momento de esa fuerza respecto al borde *AD*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.123. Problema 4.165 del Hibbeler. Décima Edición. Página 190. Problema 4.168 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 197.

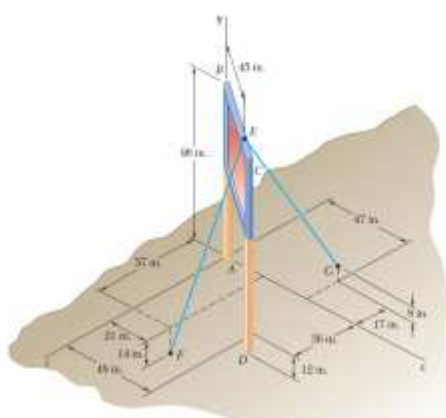
Determine la magnitud del momento de la fuerza F_C, con respecto al eje articulado *aa* de la puerta.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.124. Problema 3.61 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 106.

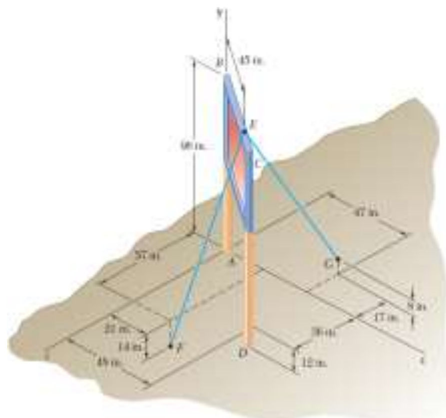
Un letrero erigido sobre suelo irregular se sostiene mediante los cables atirantados *EF* y *EG*. Si la fuerza ejercida por el cable *EF* en *E* es de 46 lb, determine el momento de esa fuerza alrededor de la línea que une los puntos *A* y *D*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.125. Problema 3.62 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 106.

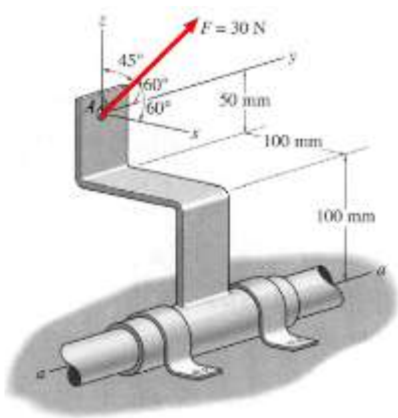
Un letrero erigido sobre suelo irregular se sostiene mediante los cables atirantados *EF* y *EG*. Si la fuerza ejercida por el cable *EG* en *E* es de 54 lb, determine el momento de esa fuerza alrededor de la línea que une los puntos *A* y *D*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.126. Problema 4.56 del Hibbeler. Décima Edición. Página 145.

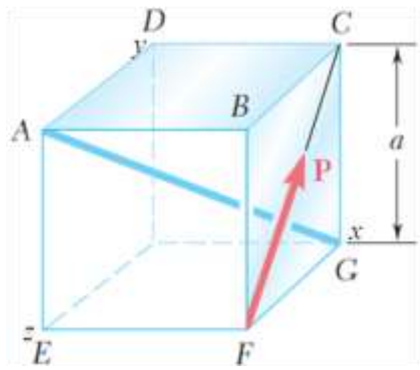
La fuerza F = 30 N actúa sobre la ménsula como se muestra. Determine el momento de la fuerza con respecto al eje *a* – *a* del tubo. Determine también los Ángulos coordenados de dirección de *F* para producir el momento máximo con respecto al eje *a* – *a*. ¿Qué valor tiene este momento?



VER SOLUCIÓN.

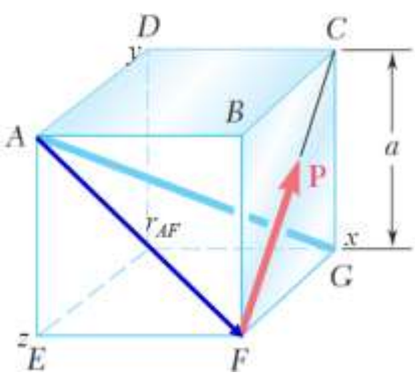
Ejemplo 2.127. Problema resuelto 3.5 del Beer – Johnston. Novena Edición.

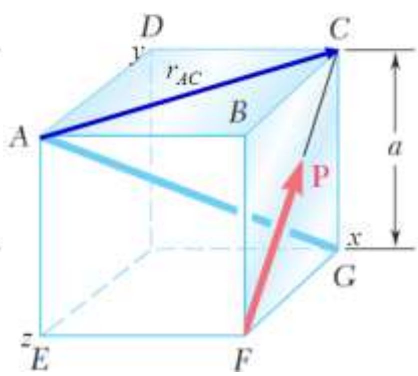
Sobre el cubo de lado a actúa una fuerza P, como se muestra en la figura. Determine el momento de P: a) con respecto a A, b) Con respecto a la arista AB y c) con respecto a la diagonal AG del cubo.



Solución.

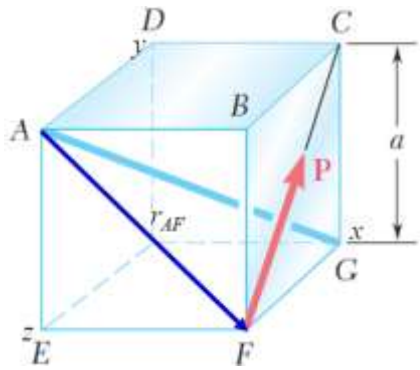
El vector fuerza P es único y tiene dos puntos sobre su línea de acción (F y C), sin embargo, dado que el vector posición debe ser trazado desde el punto de referencia para el cálculo del momento (A) hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza (F o C), existen dos configuraciones vectoriales que permiten determinar el momento de la fuerza dada con respecto al punto A.





$M_A = r_{AF} \times F_{FC}$ $\qquad$ $M_A = r_{AC} \times F_{FC}$

Se ha elegido la siguiente configuración de vectores para el cálculo del momento.



$$M_A = r_{AF} \times F_{FC}$$

Vector posición.

Punto sobre el eje: $A\ (\ 0\ ,\ a\ ,\ a\ )$

Punto sobre la línea de acción de la fuerza: $F\ (\ a\ ,\ 0\ ,\ a\ )$

$r_{AF} = (a - 0)i + (0 - a)j + (a - a)k$

$r_{AF} = ai - aj + 0\ k$

Fuerza.

$F_{FC} = PU_{FC}$

u_{FC}: vector unitario de la dirección de la fuerza.

Coordenadas del punto F: $F\ (\ a\ ,\ 0\ ,\ a\ )$

Coordenadas del punto C:$C\ (\ a\ ,\ a\ ,\ 0\ )$

Vector FC.

$FC = (a - a)\ i + (a - 0)\ j + (0 - a)\ k$

$FC = 0\ i + aj - ak$

Módulo del vector FC.

$$\| FC \| = \sqrt{(a)^2 + (-a)^2}$$

$$\| FC \| = \sqrt{a^2 + a^2}$$

$$\| FC \| = \sqrt{2a^2}$$

$$\| FC \| = \sqrt{2}\, a$$

Vector unitario.

$$u_{FC}=\frac{a\,j-a\,k}{\sqrt{2}\,a}$$

$$u_{FC}=\frac{1}{\sqrt{2}}j-\frac{1}{\sqrt{2}}k$$

Fuerza.

$$F_{FC}=P\left(\frac{1}{\sqrt{2}}j-\frac{1}{\sqrt{2}}k\right)$$

$$F_{FC}=\frac{P}{\sqrt{2}}j-\frac{P}{\sqrt{2}}k$$

Momento.

$$M_A=\begin{vmatrix} i & j & k \\ a & -a & 0 \\ 0 & \frac{P}{\sqrt{2}} & -\frac{P}{\sqrt{2}} \end{vmatrix}$$

$$M_A=(a)\left(\frac{P}{\sqrt{2}}\right)\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

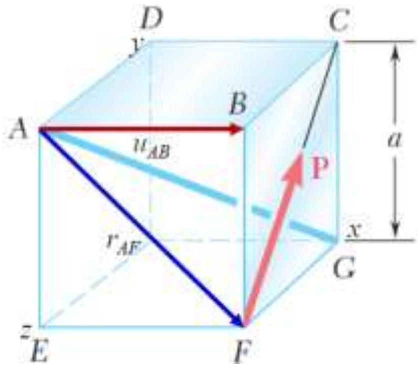
$$M_A=\frac{a\,P}{\sqrt{2}}\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

Se duplican la primera y segunda columnas del determinante:

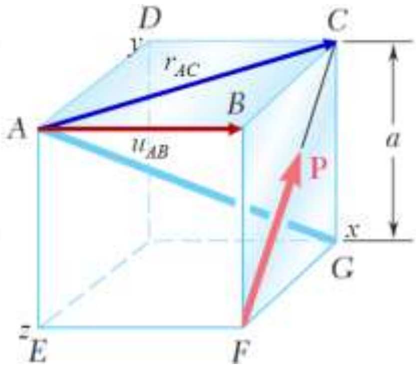
$$M_A=\frac{a\,P}{\sqrt{2}}\left|\begin{matrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{matrix}\right|\begin{matrix} i & j \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{matrix}$$

$$M_A=\frac{a\,P}{\sqrt{2}}(i+j+k)$$

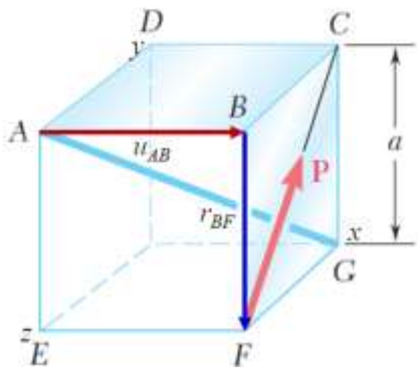
b) El vector unitario sobre el eje AB es único y se conocen dos puntos sobre el mismo (A y B), mientras que el vector fuerza P también es único y se conocen dos puntos sobre su línea de acción (F y C). Dado que el vector posición debe ser trazado desde cualquier punto sobre el eje (*A* o *B*) hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza (*F* o *C*), existen cuatro configuraciones vectoriales que permiten determinar el momento con respecto al eje *AB*.



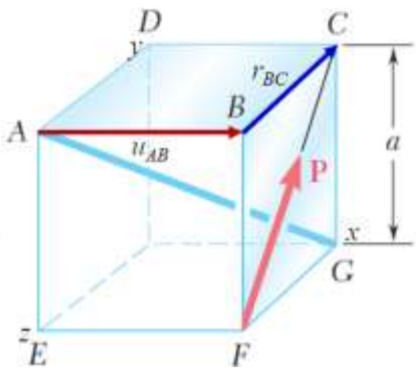
$$M_{AB}=u_{AB}.r_{AF}\times F_{FC}$$



$$M_{AB}=u_{AB}.r_{AC}\times F_{FC}$$



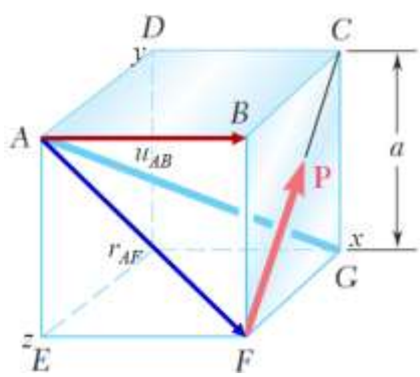
$$M_{AB}=u_{AB}.r_{BF}\times F_{FC}$$



$$M_{AB}=u_{AB}.r_{BC}\times F_{FC}$$

Se ha elegido la siguiente configuración de vectores para el cálculo del momento.

Se ha elegido la siguiente configuración de vectores para el cálculo del momento.



$$M_{AB} = u_{AB}.r_{AF} \times F_{FC}$$

Vector unitario sobre el eje.

Coordenadas del punto A: A (0 , a , a)

Coordenadas del punto B: B (a , a , a)

Vector sobre el eje.

Punto sobre el eje: A (0 , a , a)

Punto sobre la línea de acción de la fuerza: C (a , 0 , a)

$AB = (a - 0)\, i + (a - a)\, j + (a - a)\, k$

$AB = ai + 0\, j + 0\, k$

Módulo del vector sobre el eje.

$$\|AB\| = a$$

Vector unitario sobre el eje.

$$u_{AB} = \frac{a\,i}{a} = i$$

Vector posición.

Vector posición.

Punto sobre el eje: A (0 , a , a)

Punto sobre la línea de acción de la fuerza: F (a , 0 , a)

$r_{AF} = (a - 0)i + (0 - a)\, j + (a - a)\, k$

$r_{AF} = ai - aj + 0\, k$

Fuerza.

$$F_{FC} = \frac{P}{\sqrt{2}}\, j - \frac{P}{\sqrt{2}}\, k$$

Momento.

$$M_{AB} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & -a & 0 \\ 0 & \frac{P}{\sqrt{2}} & -\frac{P}{\sqrt{2}} \end{vmatrix}$$

$$M_{AB} = (a)\left(\frac{P}{\sqrt{2}}\right)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$M_{AB} = \frac{a\,P}{\sqrt{2}}\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

Se duplican la primera y segunda columnas del determinante:

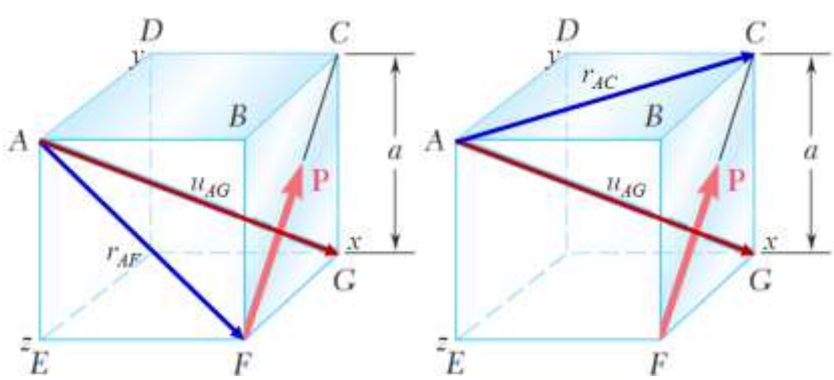
$$M_{AB} = \frac{a\,P}{\sqrt{2}}\left|\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{matrix}$$

$$M_{AB} = \frac{a\,P}{\sqrt{2}}[(1+0+0)-(0+0+0)]$$

$$M_{AB} = \frac{a\,P}{\sqrt{2}}(1-0)$$

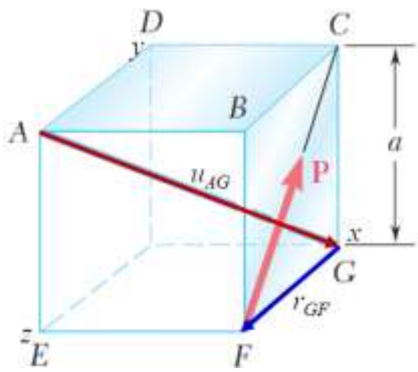
$$M_{AB} = \frac{a\,P}{\sqrt{2}}$$

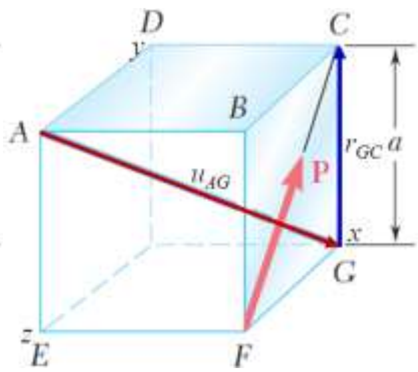
c) El vector unitario sobre el eje *AG* es único y se conocen dos puntos sobre el mismo (*A* y *G*), mientras que el vector fuerza *P* también es único y se conocen dos puntos sobre su línea de acción (*F* y *C*). Dado que el vector posición debe ser trazado desde cualquier punto sobre el eje (*A* o *B*) hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza (*F* o *C*), existen cuatro configuraciones vectoriales que permiten determinar el momento con respecto al eje *AB*.



$$M_{AG} = u_{AG} . r_{AF} \times F_{FC}$$

$$M_{AG} = u_{AG} . r_{AC} \times F_{FC}$$

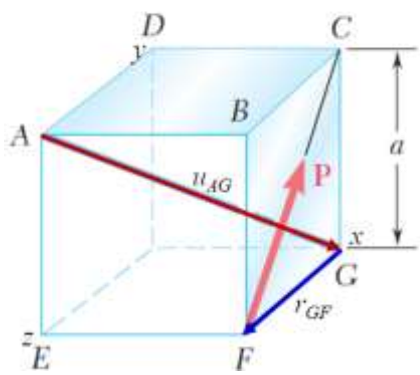




$$M_{AG} = u_{AG} . r_{GF} \times F_{FC}$$

$$M_{AG} = u_{AG} . r_{GC} \times F_{FC}$$

Se ha elegido la siguiente configuración de vectores para el cálculo del momento.



$$M_{AG} = u_{AG} . r_{GF} \times F_{FC}$$

Vector unitario sobre el eje.

Coordenadas del punto *A*: *A* (0 , *a* , *a*)

Coordenadas del punto *G*: *G* (*a* , 0 , 0)

Vector sobre el eje.

$AG = (a - 0)\ i\ (0 - a)\ j\ (0 - a)\ k$

$AG = ai - aj - ak$

Módulo del vector sobre el eje.

$$\| AG \| = \sqrt{(a)^2 + (-a)^2 + (-a)^2}$$

$$\| AG \| = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2}$$

$$\| AG \| = \sqrt{3a^2}$$

$\| AG \| = \sqrt{3}\, a$

Vector unitario sobre el eje.

$$u_{AG} = \frac{a\,i - a\,j - a\,k}{\sqrt{3}\,a}$$

$$u_{AG} = \frac{1}{\sqrt{3}} i - \frac{1}{\sqrt{3}} j - \frac{1}{\sqrt{3}} k$$

Vector posición trazado desde cualquier punto sobre el eje *AG* hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza *FC*.

Vector posición.

Punto sobre el eje: $G\ (\ a\ ,\ 0\ ,\ 0\ )$

Punto sobre la línea de acción de la fuerza: $F\ (\ a\ ,\ 0\ ,\ a\ )$

$r_{AF} = (a - a)i + (0 - 0)\, j + (a - 0)\, k$

$r_{AF} = 0i + 0j + ak$

Fuerza.

$$F_{FC} = \frac{P}{\sqrt{2}} j - \frac{P}{\sqrt{2}} k$$

Momento.

$$M_{AG} = \begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & a \\ 0 & \frac{P}{\sqrt{2}} & -\frac{P}{\sqrt{2}} \end{vmatrix}$$

$$M_{AG} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)(a)\left(\frac{P}{\sqrt{2}}\right)\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$M_{AG} = \frac{a\,P}{\sqrt{6}}\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

Se duplican la primera y segunda columnas del determinante:

$$M_{AG} = \frac{a\,P}{\sqrt{6}} \left| \begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right.$$

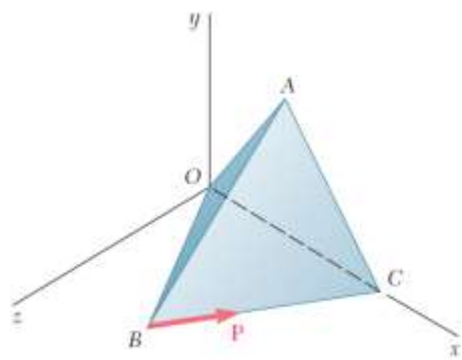
$$M_{AG} = \frac{a\,P}{\sqrt{6}}[(0+0+0)-(0+1+0)]$$

$$M_{AG} = \frac{a\,P}{\sqrt{6}}(0-1)$$

$$M_{AG} = -\frac{a\,P}{\sqrt{6}}$$

Ejemplo 2.128. Problema 3.59 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 105.

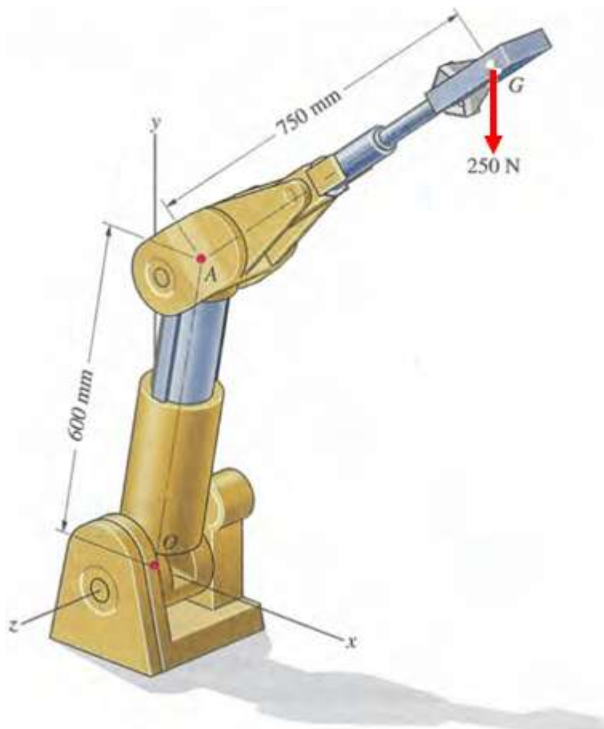
Un tetraedro regular tiene seis lados de longitud a. Si una fuerza P se aplica a lo largo del borde BC como se muestra en la figura. Determine el momento de la fuerza P alrededor del borde OA.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.129. Problema 4.91 del Bedford. Página159.

Los cosenos directores de la línea central OA son $\cos\theta_x = 0.500$, $\cos\theta_y = 0.866$ y $\cos\theta_z = 0$, y los de AG son $\cos\theta_x = 0.707$, $\cos\theta_y = 0.619$ y $\cos\theta_z = -0.342$. ¿Cuál es el momento respecto a OA debido al peso de 250 N?



[VER SOLUCIÓN.](#)

Fuerza necesaria para generar un momento dado con respecto a un eje.

El momento de una fuerza aplicada en A con respecto a un eje se obtiene mediante

$$M_a = u_a.(r \times F) \qquad (6)$$

$$M_a = \begin{vmatrix} u_{a_x} & u_{a_y} & u_{a_z} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \qquad (7)$$

Sin embargo, cuando la incógnita es la fuerza necesaria para generar un momento dado con respecto a un eje, es conveniente escribir la fórmula del momento como sigue:

$$M_a = \|F\| \begin{vmatrix} u_{a_x} & u_{a_y} & u_{a_z} \\ r_x & r_y & r_z \\ u_{F_x} & u_{F_y} & u_{F_z} \end{vmatrix}$$

donde u_{F_x}, u_{F_y} y u_{F_z} son las componentes en el eje *x*, *y* y *z*, respectivamente, del vector unitario en la dirección de la fuerza.

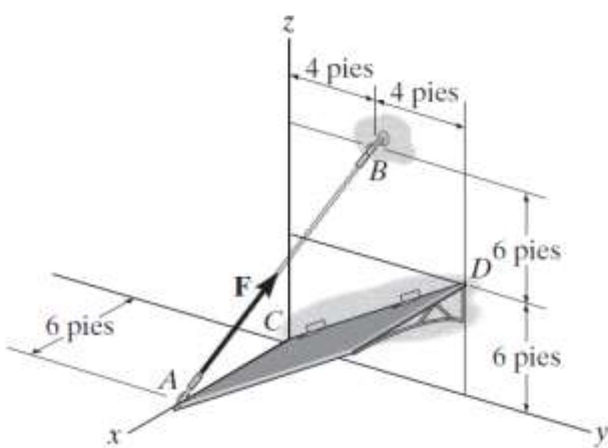
De esta manera, la fuerza se determina mediante:

$$\|F\| = \frac{M_a}{\begin{vmatrix} u_{a_x} & u_{a_y} & u_{a_z} \\ r_x & r_y & r_z \\ u_{F_x} & u_{F_y} & u_{F_z} \end{vmatrix}}$$

En términos prácticos, el problema se plantea de la misma forma como se requiere para calcular el momento con respecto al eje, quedando la fuerza expresada en función de su módulo y un vector unitario que representa su dirección. Se sustituye este vector fuerza en el determinante que conduce al cálculo del momento. Por propiedades de los determinantes, el módulo de la fuerza sale del determinante, se resuelve el determinante resultante y se despeja la fuerza. Una vez que se sustituye el valor del momento conocido, es posible conocer la fuerza requerida.

Ejemplo 2.130. Problema 4.62 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 146.

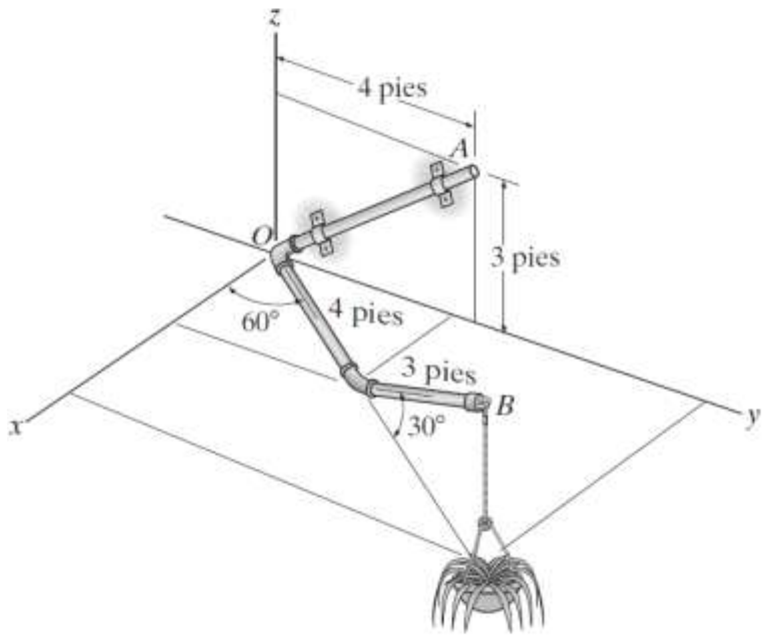
Determine la magnitud de la fuerza F en el cable *AB* a fin de producir un momento de 500 lb.pie con respecto al eje articulado *CD*, lo cual es necesario para mantener al panel en la posición mostrada.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.131. Problema 4.69 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 147.

El ensamble de tubos está asegurado a la pared mediante dos soportes. Si la fuerza de fricción de ambos soportes puede resistir un momento máximo de 150 lb.pie, determine el máximo peso de la maceta que puede ser sostenido por el ensamble sin ocasionar que éste gire alrededor del eje *OA*.



VER SOLUCIÓN.

Momento de una fuerza con respecto a un eje de coordenadas.

Cuando se requiere determinar el momento de una fuerza aplicada en *A* con respecto a un eje coordenado (*x*, *y* o *z*), se tiene en cuenta que:

Un vector unitario sobre el eje *x* es: $u_x = i + 0\,j + 0\,k$

Un vector unitario sobre el eje *y* es: $u_y = 0\,i + j + 0\,k$

Un vector unitario sobre el eje *z* es: $u_z = 0\,i + 0\,j + 0\,k$

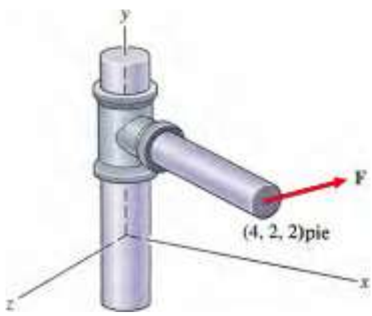
De esta manera, el momento con respecto a cada eje coordenado es:

$$M_x = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix},\quad M_y = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad M_z = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Adicionalmente, puesto que el vector posición debe ser trazado desde cualquier punto sobre el eje hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza, frecuentemente se tomará el punto (0 , 0 , 0) como el punto sobre el eje.

Ejemplo 2.132. Problema 4.75 del Bedford. Página 156.

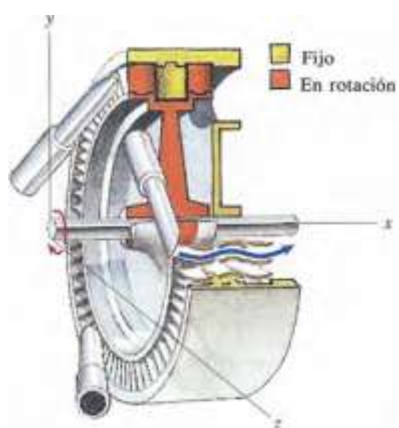
Se tiene una fuerza $F = (100\ i + 60\ j - 40\ k)$ lb. ¿Qué valor tiene el momento de F respecto al eje y de la figura?



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.133. Problema 4.84 del Bedford. Página 157.

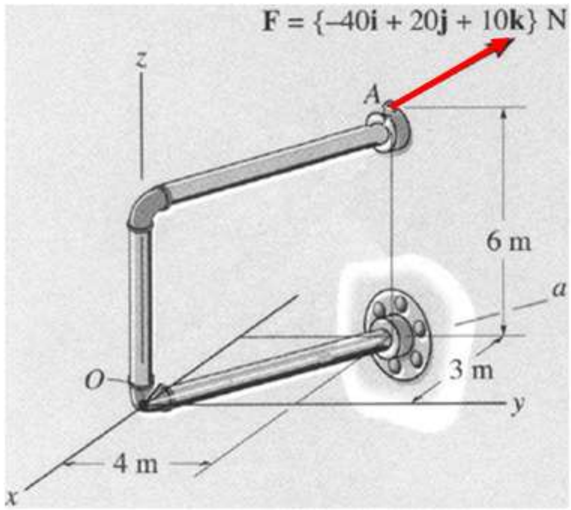
En la figura, la fuerza total ejercida por la tobera de vapor sobre los álabes de la turbina es F = $20\ i - 120\ j + 100\ k$ (N); la fuerza actúa efectivamente en el punto (100 , 80 , 30) mm. ¿Qué momento ejerce respecto al eje de la turbina (el eje x)?



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.134. Ejemplo 4.8 del Hibbeler. Décima Edición. Página 142.

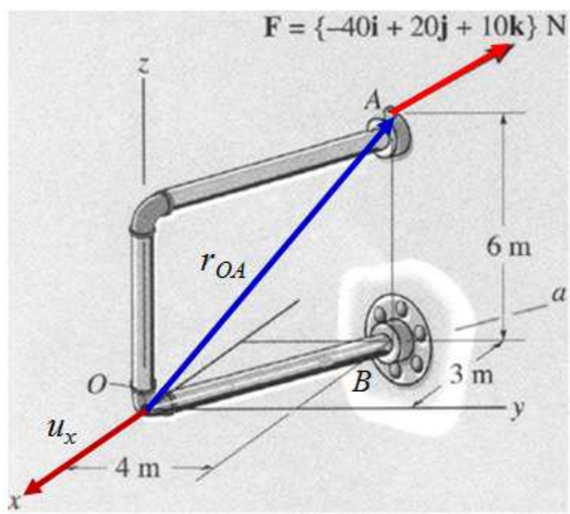
La fuerza F = (–40 i + 20 j + 10 k) N actúa en el punto A mostrado en la figura. Determine los momentos de esta fuerza con respecto a los ejes x y a.



Solución.

Momento respecto al eje x.

Se ha elegido la siguiente configuración de vectores para el cálculo del momento.



$$M_x = u_x . r_{OA} \times F$$

Vector unitario sobre el eje.

$u_x = i + 0\,j + 0\,k$

Vector posición.

Punto sobre el eje: O (0 , 0 , 0)

Punto sobre la línea de acción de la fuerza: A (–3 , 4 , 6)

$r_{OA} = (-3 - 0)\, i + (4 - 0)\, j + (6 - 0)\, k$

$r_{OA} = -3\, i + 4\, j + 6\, k$

Fuerza.

La fuerza se encuentra escrita en función de sus componentes rectangulares

$F = -40\, i + 20\, j + 10\, k$

Momento.

$$M_x = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 6 \\ -40 & 20 & 10 \end{vmatrix}$$

Se duplican la primera y segunda columnas del determinante:

$$M_x = \left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 6 & -3 & 4 \\ -40 & 20 & 10 & -40 & 20 \end{array}\right.$$

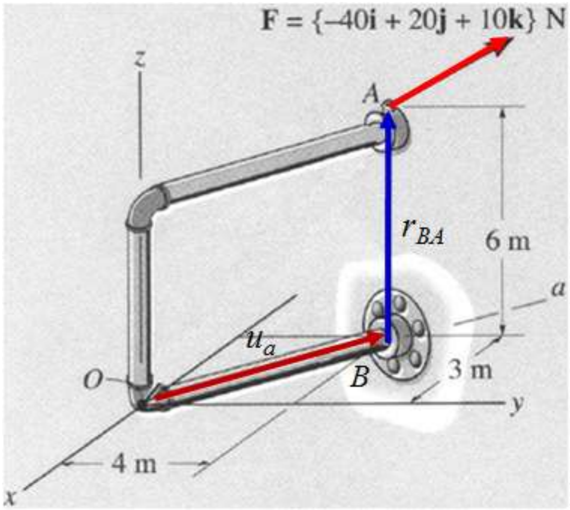
$M_x = (40 + 0 + 0) - (0 + 120 + 0)$

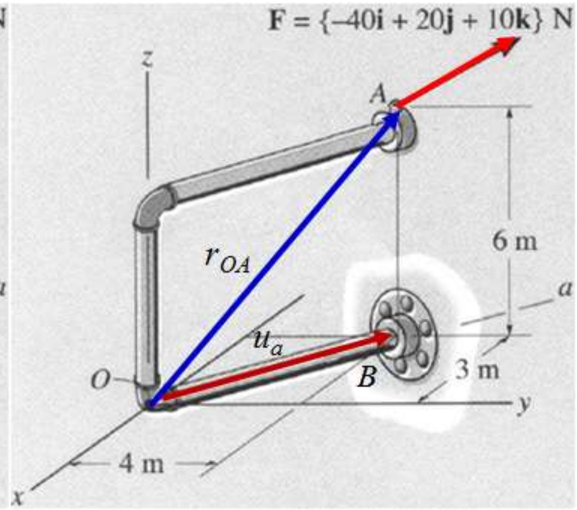
$M_x = 40 - 120$

$M_x = -80$ N.m

Momento respecto al eje a.

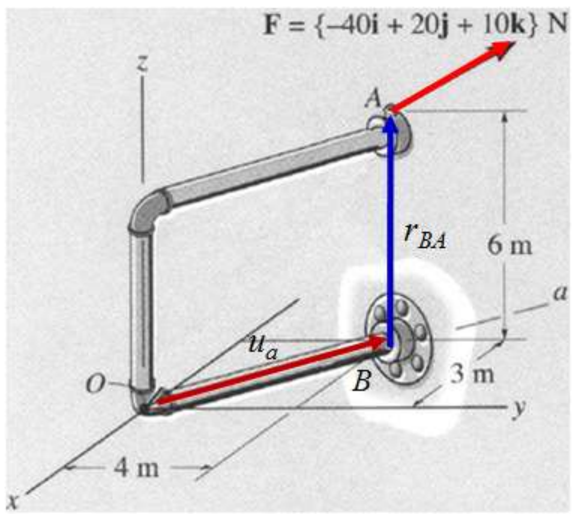
El vector unitario sobre el eje OB y el vector fuerza son únicos, sin embargo, dado que el vector posición puede ser trazado desde cualquier punto sobre el eje OB hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza, existen dos configuraciones vectoriales que permiten determinar el momento con respecto al eje OB:





$$M_{OB} = u_a \cdot r_{BA} \times F \qquad\qquad M_{OB} = u_a \cdot r_{OA} \times F$$

Se ha elegido la siguiente configuración de vectores para el cálculo del momento.



$$M_{OB} = u_a \cdot r_{BA} \times F$$

Vector unitario sobre el eje.

El eje está a lo largo de la línea *OB*.

Coordenadas del punto *O*: *O* (0 , 0 , 0)

Coordenadas del punto *B*: *B* (–3 , 4 , 0)

Vector sobre el eje.

$OB = (–3 – 0)\, i + (4 – 0)\, j + (0 – 0)\, k$

$OB = –3\, i + 4\, j + 0\, k$

Módulo del vector sobre el eje.

$$\|OB\| = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2 + (0)^2}$$

$$\|OB\| = \sqrt{9 + 16 + 0}$$

$$\|OB\| = \sqrt{25}$$

$$\|OB\| = 5$$

Vector unitario sobre el eje.

$$u_{OB} = \frac{-3i + 4j + 0k}{5}$$

$u_{OB} = -0.6\, i + 0.8\, j + 0\, k$

Vector posición.

Punto sobre el eje: B (–3 , 4 , 0)

Punto sobre la línea de acción de la fuerza: A (–3 , 4 , 6)

$r_{BA} = [-3 - (-3)]\, i + (4 - 4)\, j + (6 - 0)\, k$

$r_{BA} = 0\, i + 0\, j + 6\, k$

Fuerza.

La fuerza se encuentra escrita en función de sus componentes rectangulares

$F = -40\, i + 20\, j + 10\, k$

Momento.

$$M_{OB} = \begin{vmatrix} -0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \\ -40 & 20 & 10 \end{vmatrix}$$

Se duplican la primera y segunda columnas del determinante:

$$M_{OB} = \left| \begin{array}{ccc|cc} -0.6 & 0.8 & 0 & -0.6 & 0.8 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ -40 & 20 & 10 & -40 & 20 \end{array} \right.$$

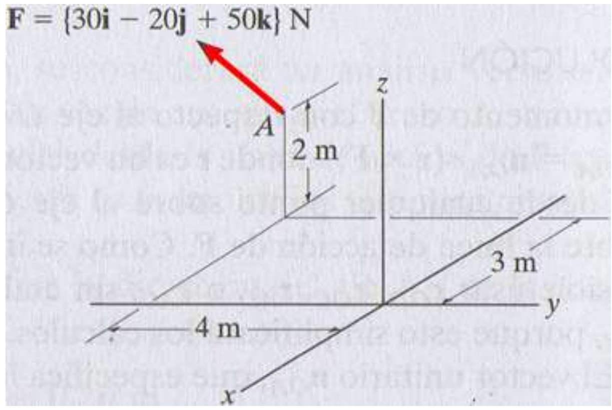
$M_{OB} = (0 - 192 + 0) - (0 - 72 + 0)$

$M_{OB} = -192 + 72$

$M_{OB} = -120$ N.m

Ejemplo 2.135. Problema F 4.16 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 144.

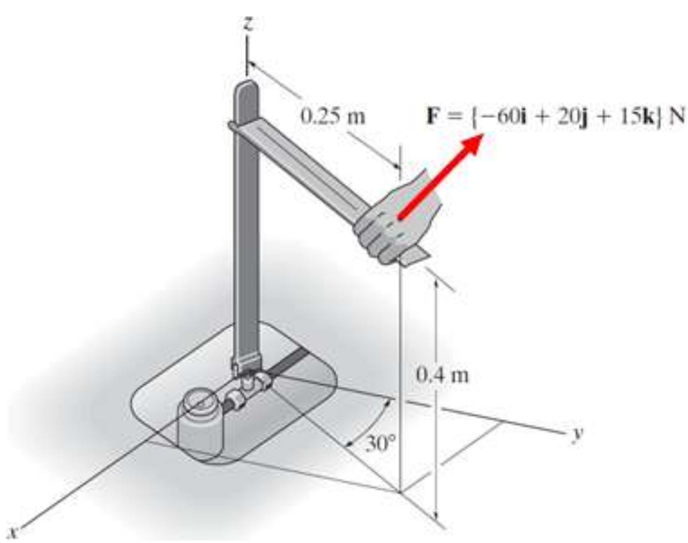
Determine la magnitud del momento de la fuerza con respecto al eje *y*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.136. Problema 4.53 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 145.

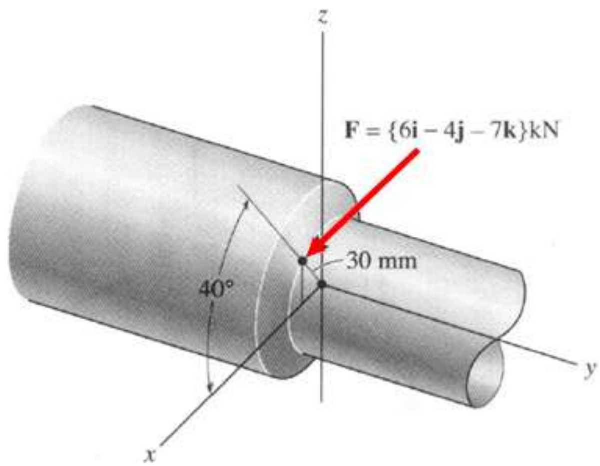
La herramienta se utiliza para cerrar las válvulas de gas con acceso difícil. Si se aplica la fuerza F a la manija, determine la componente del momento creado con respecto al eje *z* de la válvula.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.137. Problema 4.57 del Hibbeler. Décima Edición. Página 145.

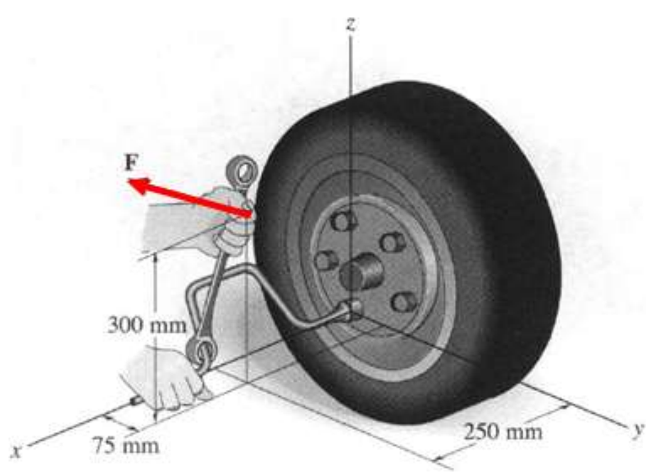
La herramienta de corte situada sobre el torno ejerce una fuerza F sobre la flecha en la dirección mostrada. Determine el momento de esta fuerza con respecto al eje y de la flecha.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.138. Problema 4.61 del Hibbeler. Décima Edición. Página 146.

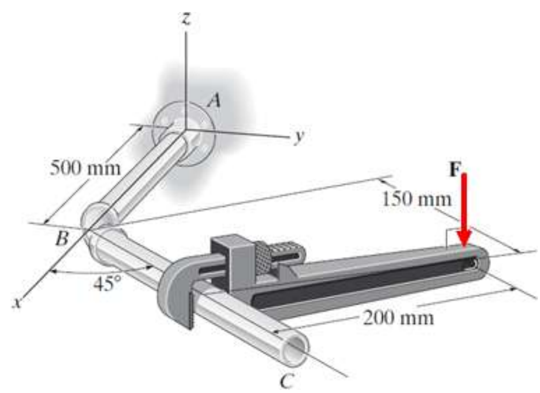
Las dos llaves mostradas se usan en combinación para quitar la tuerca del cubo de la rueda. Si la fuerza aplicada sobre el extremo de la llave de cubo es $F = (4\ i - 12\ j + 2\ k)$ N, determine la magnitud del momento de esta fuerza con respecto al eje x que es efectivo en destornillar la tuerca.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.139. Problema 4.70 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 147.

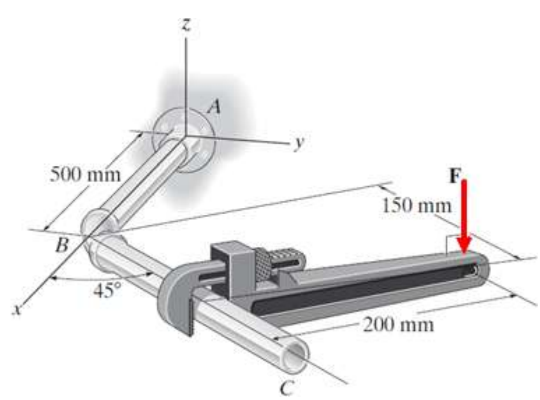
Una fuerza vertical de F = 60 N se aplica al maneral de la llave para tubos. Determine el momento que ejerce esta fuerza a lo largo del eje AB (eje x) del ensamble de tubos. Tanto la llave como el ensamble d tubos ABC, se encuentran en el plano $x - y$. *Sugerencia*: use un análisis escalar.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.140. Problema 4.71 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 147.

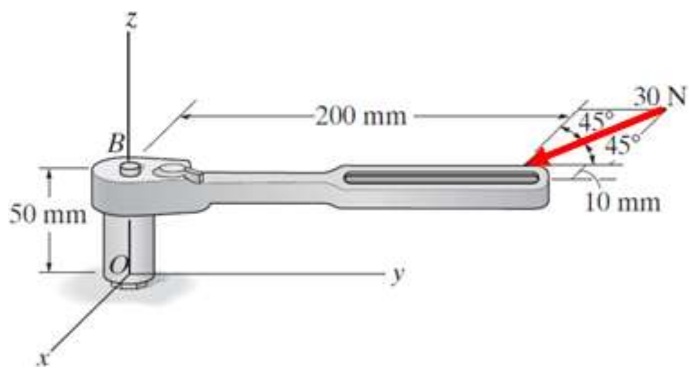
Determine la magnitud de la fuerza vertical F que actúa sobre el maneral de la llave si produce una componente de momento a lo largo del eje AB (eje x) de la tubería de $(M_A)_x$ = (–5 i) N.m. Tanto la llave como el ensamble de tubos ABC, se encuentran en el plano $x - y$. *Sugerencia*: use un análisis escalar.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.141. Problema 4.168 del Hibbeler. Décima Edición. Página 191. Problema 4.173 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 197.

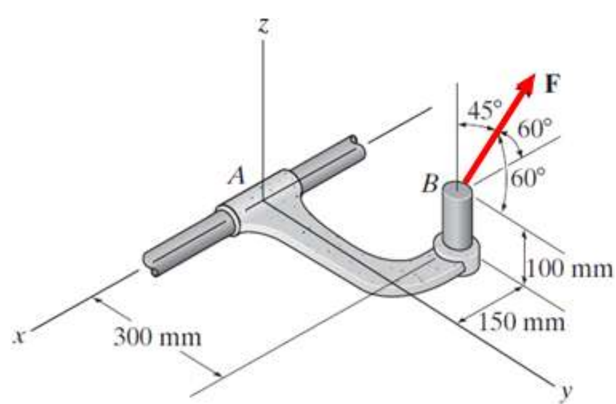
La fuerza horizontal de 30 N actúa sobre el maneral de la llave. ¿Cuál es la magnitud del momento de esta fuerza con respecto al eje *z*?



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.142. Problema 4.58 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 146.

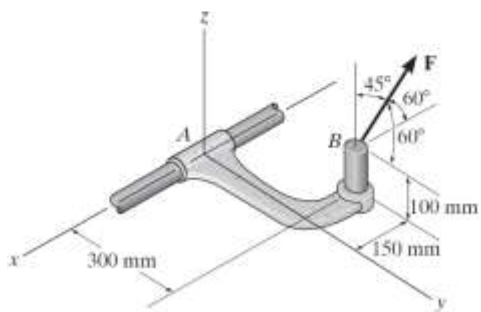
Si F = 450 N, determine la magnitud del momento producido por esta fuerza con respecto al eje *x*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.143. Problema 4.59 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 146.

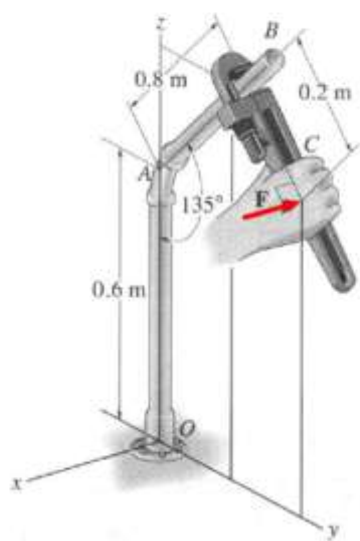
La fricción en el manguito *A* puede proporcionar un momento de resistencia máximo de 125 N.m con respecto al eje *x*. Determine la magnitud máxima de la fuerza F que puede aplicarse de manera que el soporte no gire.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.144. Problema 4-67 del Hibbeler. Décima Edición. Página 147.

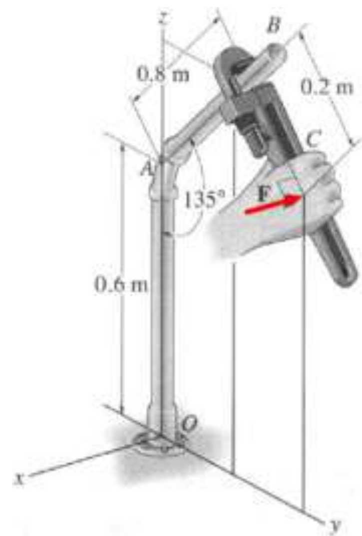
Una fuerza horizontal F = (50 *i*) N es aplicada perpendicularmente al mango de la llave. Determine el momento que ejerce esta fuerza a lo largo del eje *OA* (eje *z*) de la tubería. Tanto la llave como la tubería, *OABC*, se encuentran en el plano $x - z$. *Sugerencia*: Use un análisis escalar.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.145. Problema 4-68 del Hibbeler. Décima Edición. Página 147.

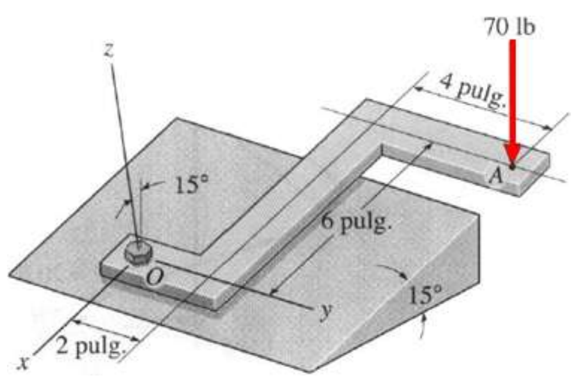
Determine la magnitud de la fuerza horizontal F = – F *i* que actúa sobre el mango de la llave si produce una componente de momento a lo largo del eje *OA* (eje z) de la tubería de $M_z = (4\ k)$ N.m. Tanto la llave como la tubería, *OABC*, se encuentran en el plano *y* - *z*. *Sugerencia*: Use un análisis escalar.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.146. Problema 4.62 del Hibbeler. Décima Edición. Página 146.

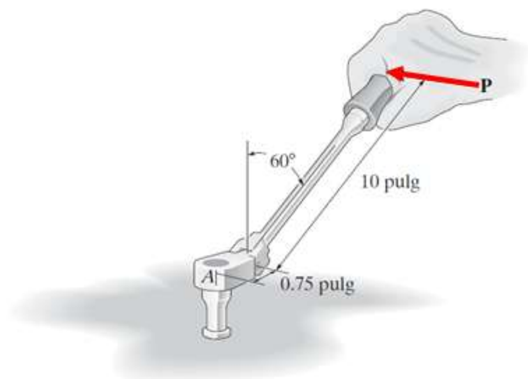
Una fuerza de 70 lb actúa verticalmente sobre la pieza en forma de Z. Determine la magnitud del momento de esta fuerza con respecto al eje del perno (eje *z*).



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.147. Problema 4.64 del Hibbeler. Décima Edición. Página 147. Problema 4.66 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 147.

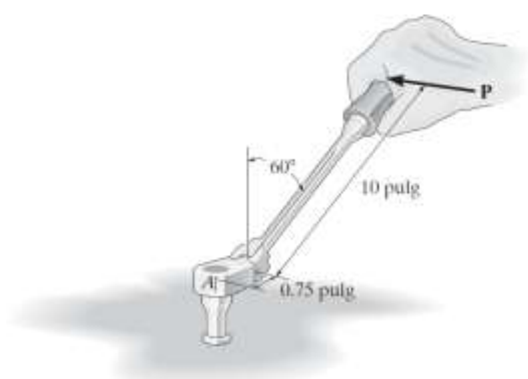
La llave de cabeza flexible está sometida a una fuerza P = 16 lb, aplicada perpendicularmente a su maneral como se muestra en la figura. Determine el momento o el par de torsión aplicado a lo largo del eje vertical del perno ubicado en *A*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.148. Problema 4.65 del Hibbeler. Décima Edición. Página 147. Problema 4.67 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 147.

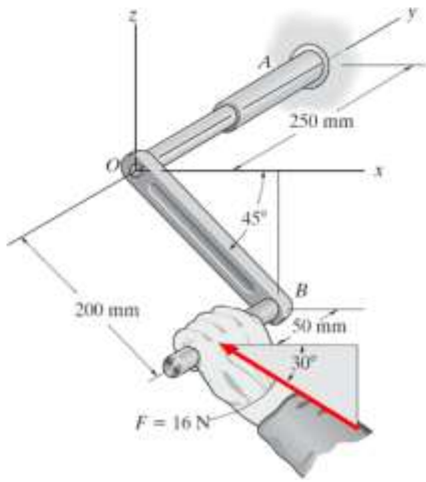
Si se requiere un par de torsión o momento de 80 lb.pulg para aflojar el perno localizado en *A*, determine la fuerza P que debe aplicarse perpendicularmente al maneral de la llave de cabeza flexible.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.149. Problema 4.57 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 146.

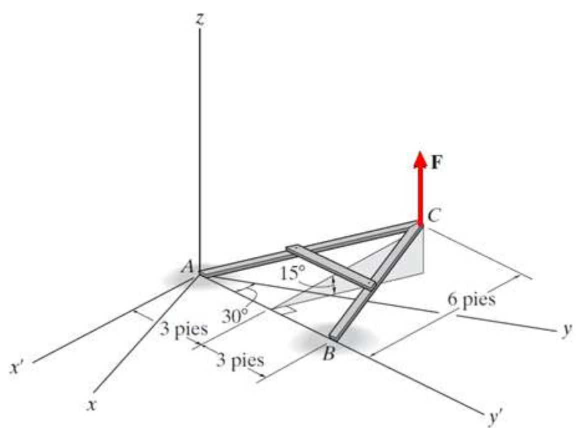
Determine la magnitud del momento que ejerce la fuerza F con respecto al eje *y* de la flecha. Resuelva el problema con un método vectorial cartesiano y después con un método escalar.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.150. Problema 4.64 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 147.

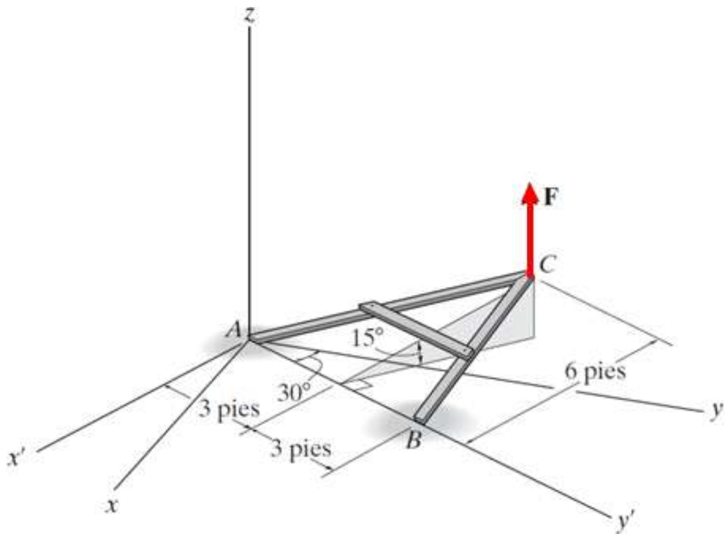
Se levanta el marco en forma de *A* a una posición perpendicular mediante la fuerza vertical de F = 80 lb. Determine el momento de esta fuerza con respecto al eje *x* cuando el marco está en la posición que se muestra.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.151. Problema 4.66 del Hibbeler. Décima Edición. Página 147. Problema 4.65 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 147.

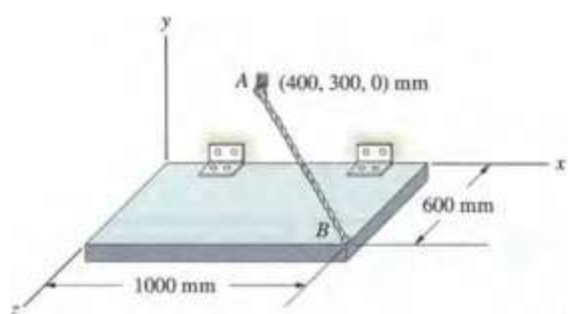
Se levanta el marco en forma de *A* a una posición perpendicular mediante la fuerza vertical de F = 80 lb. Determine el momento de esta fuerza con respecto al eje *y* cuando el marco está en la posición que se muestra.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.152. Problema 4.81 del Bedford. Página 157.

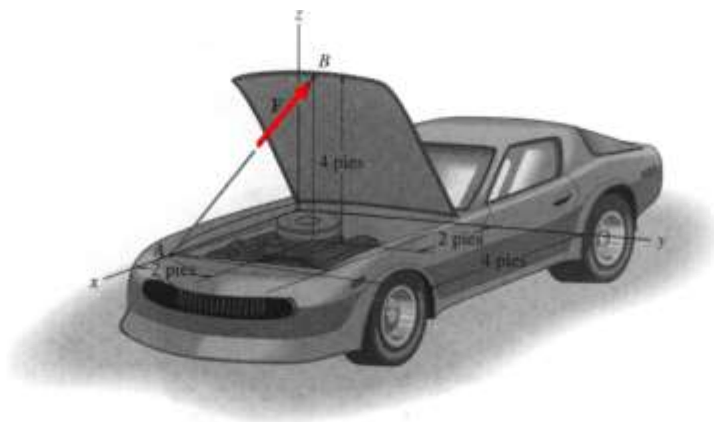
La tensión en el cable *AB* mostrado es de 1 kN. Determine el momento respecto al eje *x* debido a la fuerza ejercida sobre la compuerta por el cable en el punto *B*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.153. Problema 4.58 del Hibbeler. Décima Edición. Página 145.

La capota del automóvil está soportada por el puntal *AB* que ejerce una fuerza de F = 24 lb sobre la capota. Determine el momento de esta fuerza con respecto al eje *y* articulado.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.154. Problema 4.82 del Bedford. Página 157.

Las coordenadas de *A* son (–2.4 , 0 , –0.6) y las de *B* son (–2.2 , 0.7 , –1.2). La fuerza ejercida en *B* por la escota principal *AB* del bote de vela es 130 N. Determine el momento de la fuerza respecto a la línea central del mástil (el eje *y*).

VER SOLUCIÓN.

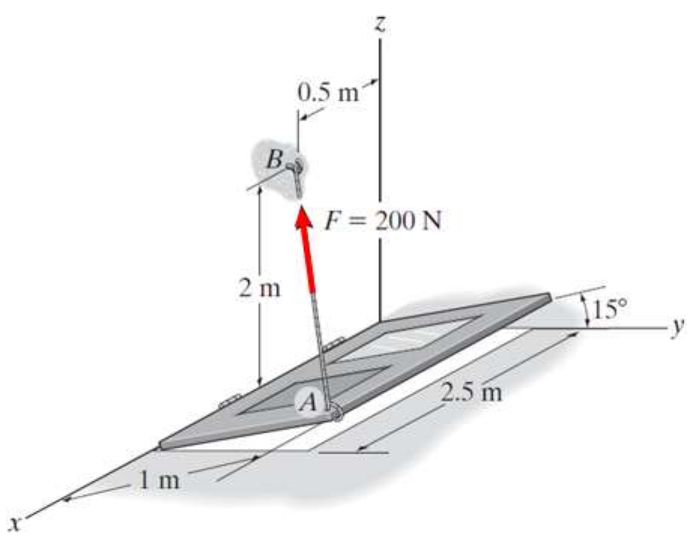
Ejemplo 2.155. Problema 4.95 del Bedford. Página 160.

La barra *AB* mostrada soporta la cubierta abierta del automóvil. La fuerza ejercida por la barra sobre la cubierta en *B* es paralela a la barra. Si la barra debe ejercer un momento de 100 lb.pie respecto al eje *x* para soportar la cubierta y la distancia d es de 2 pies, ¿cuál es la magnitud de la fuerza que la barra debe ejercer sobre la cubierta?

VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.156. Problema 4.60 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 146.

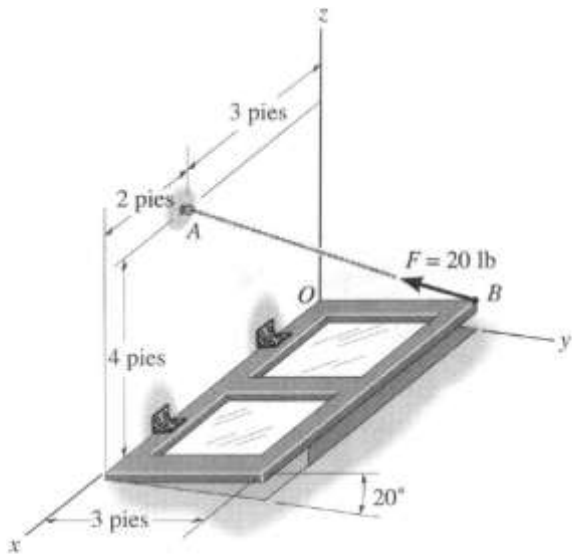
Determine la magnitud del momento producido por la fuerza F = 200 N con respecto al eje que contiene las bisagras de la puerta (el eje *x*).



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.157. Problema 4.55 del Hibbeler. Décima Edición. Página 145.

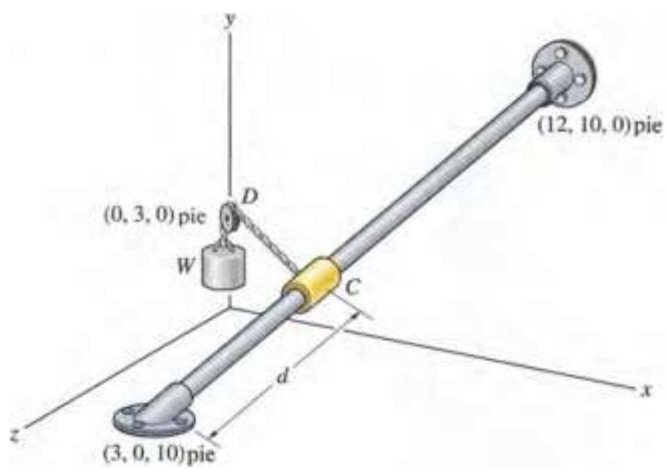
La cadena AB ejerce una fuerza de 20 lb sobre la puerta localizada en B. Determine la magnitud del momento de esta fuerza a lo largo del eje abisagrado x de la puerta.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.158. Problema 4.94 del Bedford. Página 160.

En la figura, el peso W causa una tensión de 100 lb en el cable CD. Si $d = 2$ pies, ¿cuál es el momento respecto al eje z debido a la fuerza ejercida por el cable CD en el punto C?



VER SOLUCIÓN.

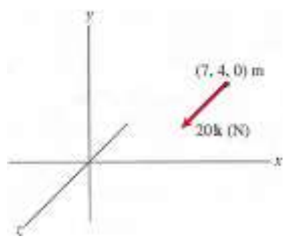
Momento de una fuerza con respecto a los tres ejes de coordenadas.

Si se requiere determinar el momento de una fuerza aplicada en A con respecto a los tres ejes coordenados de manera simultánea, se determina el momento con respecto al origen. Las componentes rectangulares a lo largo de los ejes x, y y z del vector momento se corresponden con el momento respecto al eje x, eje y y eje z respectivamente.

$$M_O = M_x i + M_y j + M_z k$$

Ejemplo 2.159. Problema 4.70 del Bedford. Página 155.

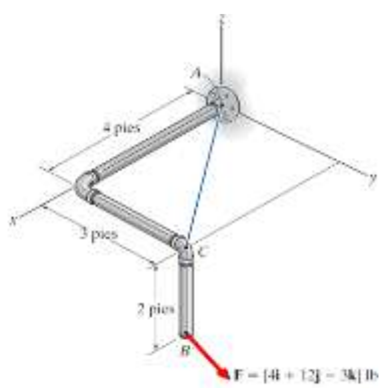
Determine el momento de la fuerza de 20 N mostrada respecto a) al eje x, b) al eje y y c) al eje z.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.160. Problema 4.54 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 145.

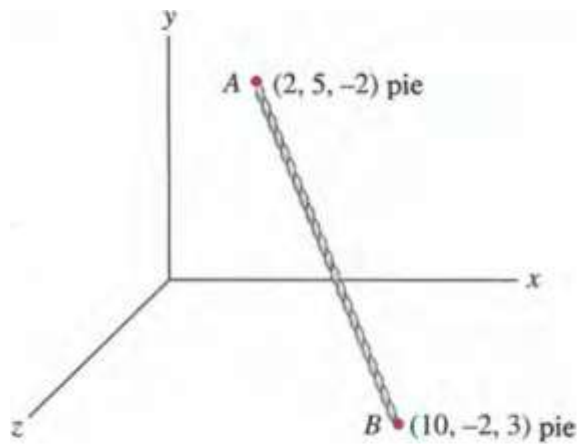
Determine la magnitud de los momentos de la fuerza F con respecto a los ejes x, y, z. Resuelva el problema a) mediante un método vectorial cartesiano, y b) con un método escalar.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.161. Problema 4.83 del Bedford. Página 157.

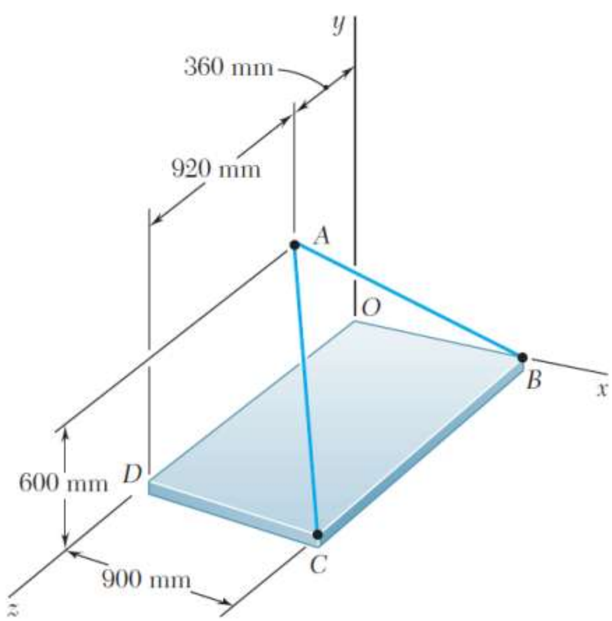
La tensión en el cable AB mostrado es de 200 lb. Determine los momentos respecto a cada uno de los ejes coordenados debidos a la fuerza ejercida en B por el cable.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.162. Problema 3.47 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 87.

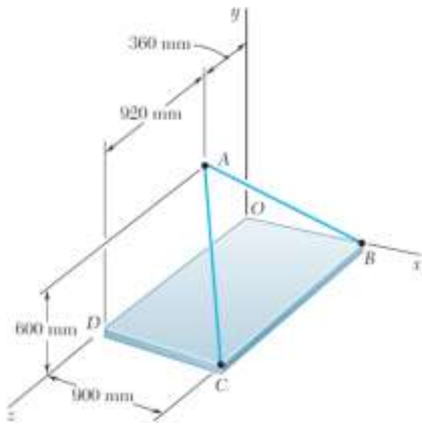
Si se sabe que la tensión en el cable AB es de 570 N, determine el momento de la fuerza ejercida sobre la placa en B respecto de cada uno de los ejes coordenados.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.163. Problema 3.48 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 87.

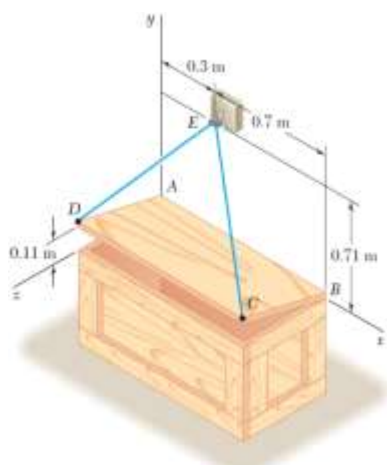
Si se sabe que la tensión en el cable *AC* es de 1065 N, determine el momento de la fuerza ejercida sobre la placa en *C* respecto de cada uno de los ejes coordenados.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.164. Problema 3.47 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 103.

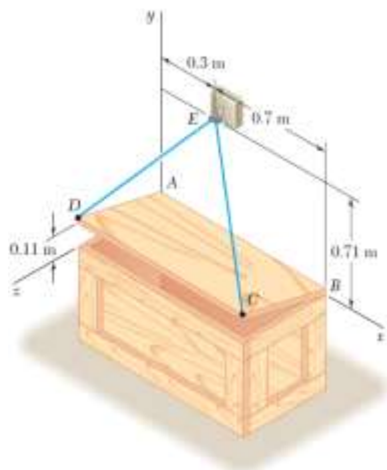
La tapa *ABCD* de un baúl de 0.61×1.00 m tiene bisagras a lo largo de *AB* y se mantiene abierta mediante una cuerda *DEC* que pasa sobre un gancho en *E* sin fricción. Si la tensión de la cuerda es de 66 N, determine el momento de la fuerza ejercida sobre la cuerda en *D* respecto de cada uno de los ejes coordenados.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.165. Problema 3.48 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 103.

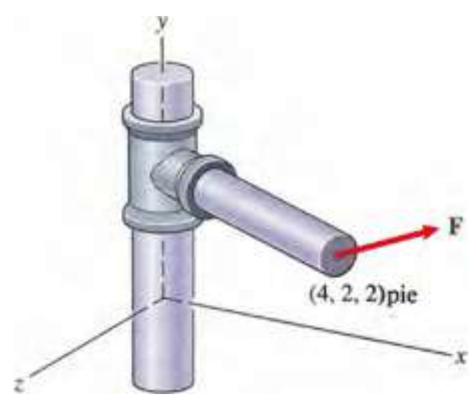
La tapa *ABCD* de un baúl de 0.61×1.00 m tiene bisagras a lo largo de AB y se mantiene abierta mediante una cuerda *DEC* que pasa sobre un gancho en *E* sin fricción. Si la tensión de la cuerda es de 66 N, determine el momento de la fuerza ejercida sobre la cuerda en *C* respecto de cada uno de los ejes coordenados.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.166. Problema 4.76 del Bedford. Página 156.

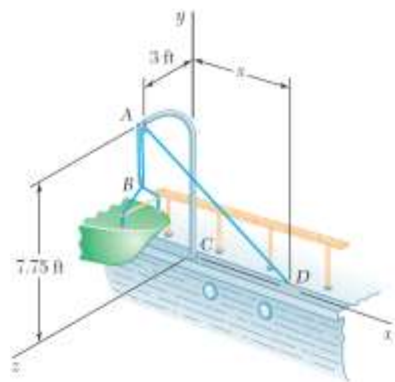
Suponga que el momento de la fuerza F mostrada en la figura, respecto al eje x es –80 i (lb.pie), que el momento respecto al eje y es nulo y que el momento y que el momento respecto al eje z es 160 k (lb.pie). Si F_y = 80 lb, ¿qué valor tienen F_x y F_z?



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.167. Problema 3.51 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 104.

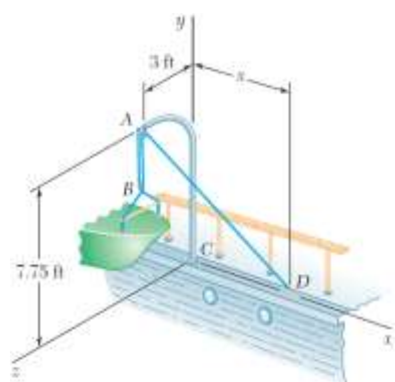
Una lancha pequeña cuelga de dos grúas, una de las cuales se muestra en la figura. Se sabe que el momento alrededor del eje z de la fuerza resultante R_A ejercida sobre la grúa en A no debe exceder 279 lb.ft en valor absoluto. Determine la máxima tensión permisible en la línea $ABAD$ cuando $x = 6$ ft.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.168. Problema 3.52 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 104.

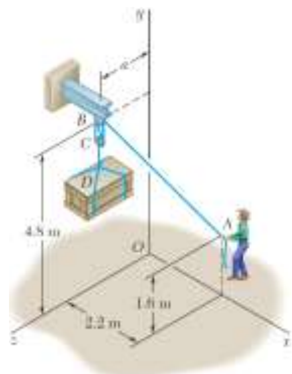
Una lancha pequeña cuelga de dos grúas, una de las cuales se muestra en la figura. Se sabe que el momento alrededor del eje z de la fuerza resultante R_A ejercida sobre la grúa en A no debe exceder 279 lb.ft en valor absoluto. Determine la máxima distancia permisible x cuando la tensión en la línea $ABAD$ es de 60 lb.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.169. Problema 3.50 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 104.

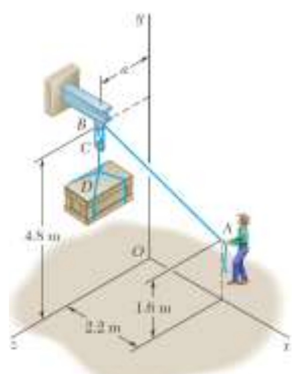
Para levantar una caja pesada, un hombre usa un bloque y un polipasto y los sujeta a la parte inferior de la viga I mediante el gancho *B*. Si se sabe que el hombre aplica una fuerza de 195 N al extremo *A* de la cuerda y que el momento de esa fuerza alrededor del eje *y* es de 132 N.m, determine la distancia *a*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.170. Problema 3.49 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 104.

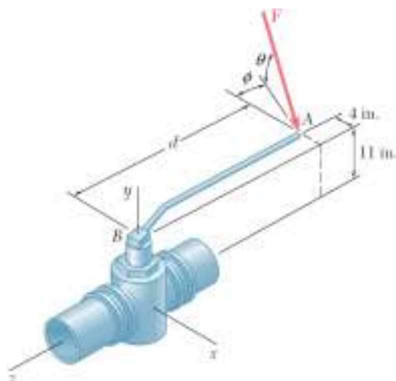
Para levantar una caja pesada, un hombre usa un bloque y un polipasto y los sujeta a la parte inferior de la viga I mediante el gancho *B*. Si se sabe que los momentos de los ejes *y* y *z* de la fuerza ejercida en *B* por el tramo *AB* de la cuerda son, respectivamente, de 120 N.m y –460 N.m, determine la distancia *a*.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.171. Problema 3.53 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 104. Problema 3.152 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 125.

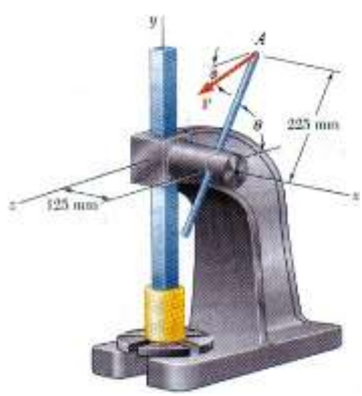
Para aflojar una válvula congelada, se aplica una fuerza F con una magnitud de 70 lb a la manija de la válvula. Si se sabe que $\theta = 25°$, $M_x = -61$ lb.pie y $M_z = -43$ lb.pie, determine ϕ y d.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.172. Problema 3.49 del Beer – Johnston. Octava Edición. Página 104.

Una fuerza P se aplica a la palanca de un tornillo de presión. Si P pertenece a un plano paralelo al plano y z y $M_x = 26$ N.m, $M_y = -23$ N.m y $M_z = -4$ N.m, determine la magnitud de P y los valores de ϕ y θ.



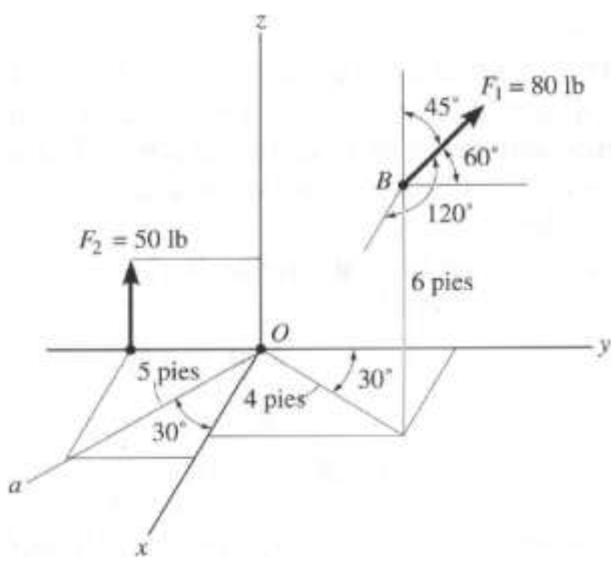
VER SOLUCIÓN.

Momento resultante con respecto a un eje debido a varias fuerzas.

Para determinar el momento resultante con respecto a un eje debido a varias fuerzas, se debe determinar el momento debido a cada fuerza individual y sumarlos. En el caso de existir fuerzas concurrentes, es conveniente determinar la fuerza resultante de tales fuerzas y luego determinar el momento con respecto al eje. En este sentido, se asocian las fuerzas concurrentes primero y luego se procede a determinar el momento con esta (o estas) resultantes y adicionalmente se determina el momento debido a las demás fuerzas existentes.

Ejemplo 2.173. Problema 4.53 del Hibbeler. Décima Edición. Página 144.

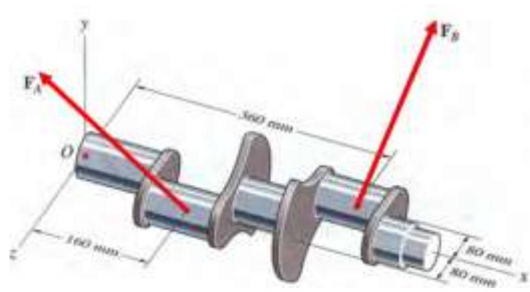
Determine el momento resultante de las dos fuerzas con respecto al eje *Oa*. Exprese el resultado como un vector cartesiano.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.174. Problema 4.77 del Bedford. Página 156.

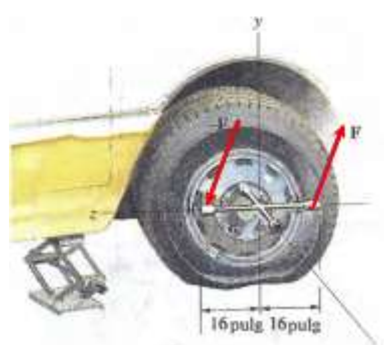
El cigüeñal que se muestra en la figura está sometido a dos fuerzas ejercidas por las barras de conexión. Los cosenos directores de F_A son $\cos\theta_x = -0.182$, $\cos\theta_y = 0.818$ y $\cos\theta_z = 0.545$, y su magnitud es 4 kN. Los cosenos directores de F_B son $\cos\theta_x = 0.182$, $\cos\theta_y = 0.818$ y $\cos\theta_z = -0.545$ y su magnitud es de 2 kN. ¿Qué valor tiene la suma de los momentos de las dos fuerzas respecto al eje x? (Este es el momento que ocasiona que el cigüeñal gire).



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.175. Problema 4.88 del Bedford. Página 158.

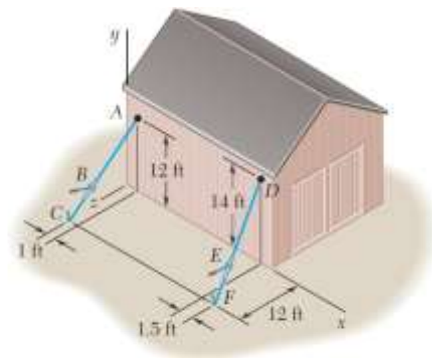
Un conductor aplica las dos fuerzas mostradas para aflojar una tuerca. Los cosenos directores de F son $\cos\theta_x = \frac{4}{13}$, $\cos\theta_y = \frac{12}{13}$ y $\cos\theta_z = \frac{3}{13}$. Si la magnitud del momento respecto al eje x debe ser de 32 lb.pie para que se afloje la tuerca, ¿cuál es la magnitud de las fuerzas que se deben aplicar?



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.176. Problema 3.151 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 152. Problema 3.51 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 88.

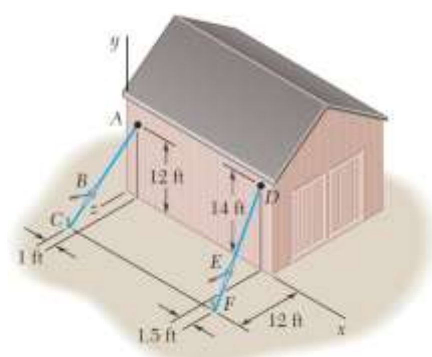
Un granjero emplea cables para sujetar firmemente de una de las paredes de un granero pequeño a los tensores *B* y *E*. Si se sabe que la suma de los momentos, respecto del eje *x*, de las fuerzas ejercidas por los cables sobre el granero en los puntos *A* y *D* es de 4728 lb.ft, determine la magnitud de T_{DE} cuando T_{AB} = 255 lb.



VER SOLUCIÓN.

Ejemplo 2.177. Problema 3.152 del Beer – Johnston. Novena Edición. Página 152. Problema 3.52 del Beer – Johnston. Décima Edición. Página 88.

Un granjero emplea cables para sujetar firmemente de una de las paredes de un granero pequeño a los tensores *B* y *E*. Si se sabe que la suma de los momentos, respecto del eje *x*, de las fuerzas ejercidas por los cables sobre el granero en los puntos *A* y *D* es de 4728 lb.ft, determine la magnitud de T_{DE} cuando T_{AB} = 306 lb.



VER SOLUCIÓN.

BIBLIOGRAFÍA.

Bedford, A y Fowler, W. *Estática. Mecánica para Ingeniería*. Addison Wesley Longman de México. S.A de C.V. México, 2000.

Beer, F., E. R. Johnston, D. F. Mazurek y E. R. Eisenberg, *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*, 8a ed., McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A de C.V, México, 2007.

Beer, F., E. R. Johnston, D. F. Mazurek y E. R. Eisenberg, *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*, 9a ed., McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A de C.V, México, 2010.

Beer, F., E. R. Johnston y D. F. Mazurek, *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*, 10a ed., McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A de C.V, México, 2013.

Hibbeler, R. C, *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*, 10 ed., Pearson Education de México, S.A de C.V. México, 2004.

Hibbeler, R.C, *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*, 11 ed., Pearson Education de México, S.A de C.V. México, 2010.

Meriam, J. L y L. G. Kraige. *Statics*. Seventh Edition. John Wiley & Sons, Inc. Estados Unidos. 2012.